

Höhenmessung mit dem Quadranten

Höhenmessung mit dem Quadranten



von
Markus Wurster

1. Der Quadrant



1767

<http://ageofex.marinersmuseum.org/index.php?type=navigationtool&id=8>

Quadranten sind uns seit dem 13. Jahrhundert bekannt. Die Araber verwendeten als erste dieses Instrument in der Astronomie.

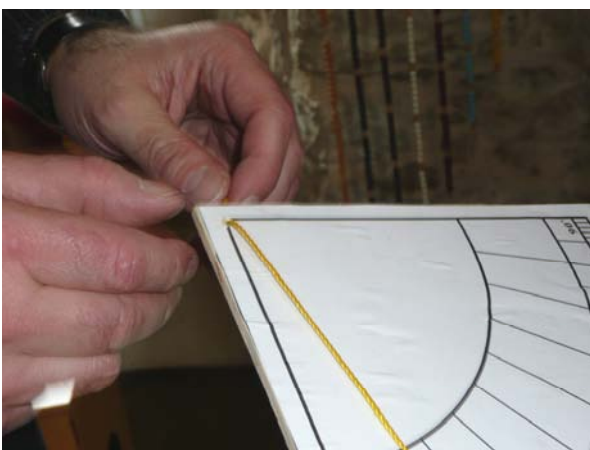
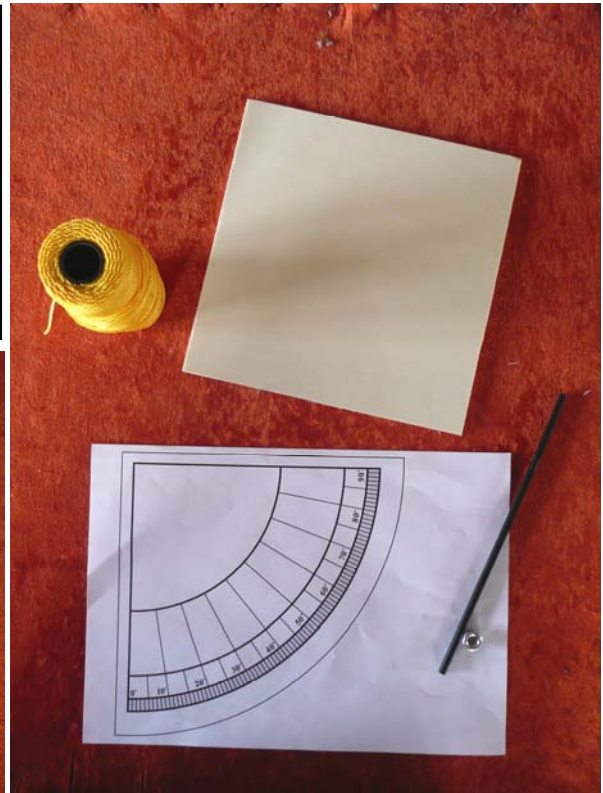
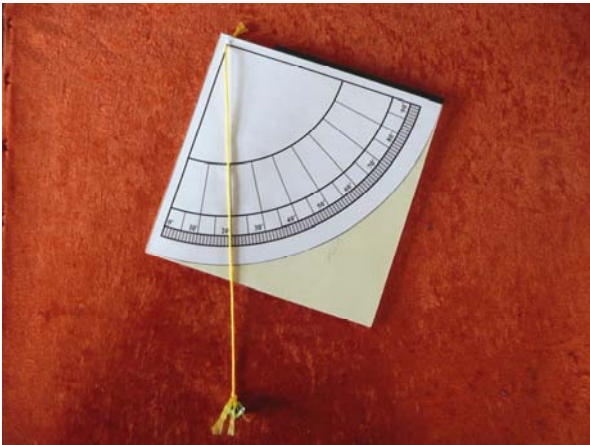
Der Begriff „Quadrant“ bedeutet „Viertel“. Es ist ein Viertelkreis mit Gradeinteilung von 0 bis 90 Grad. Zum Quadranten gehört ein Senklot, das immer nach unten zum Erdmittelpunkt zeigt. An einer Seite des Quadranten gibt es ein Visier. Damit kann man in der Nacht Sterne anvisieren oder am Tag ein hohes Gebäude, einen Baum und andere Dinge.

Auf dem Quadranten kann man so den Höhenwinkel ablesen. Weiß man den Höhenwinkel, kann man daraus die Höhe des anvisierten Punktes berechnen.

Schau dir die Bilder im Anhang an.

2. Bauanleitung

Sperrholz 20x20 cm
Kopie Quadrant
Schnur und schwere Metallmutter
als Lot
Trinkhalm als Visier

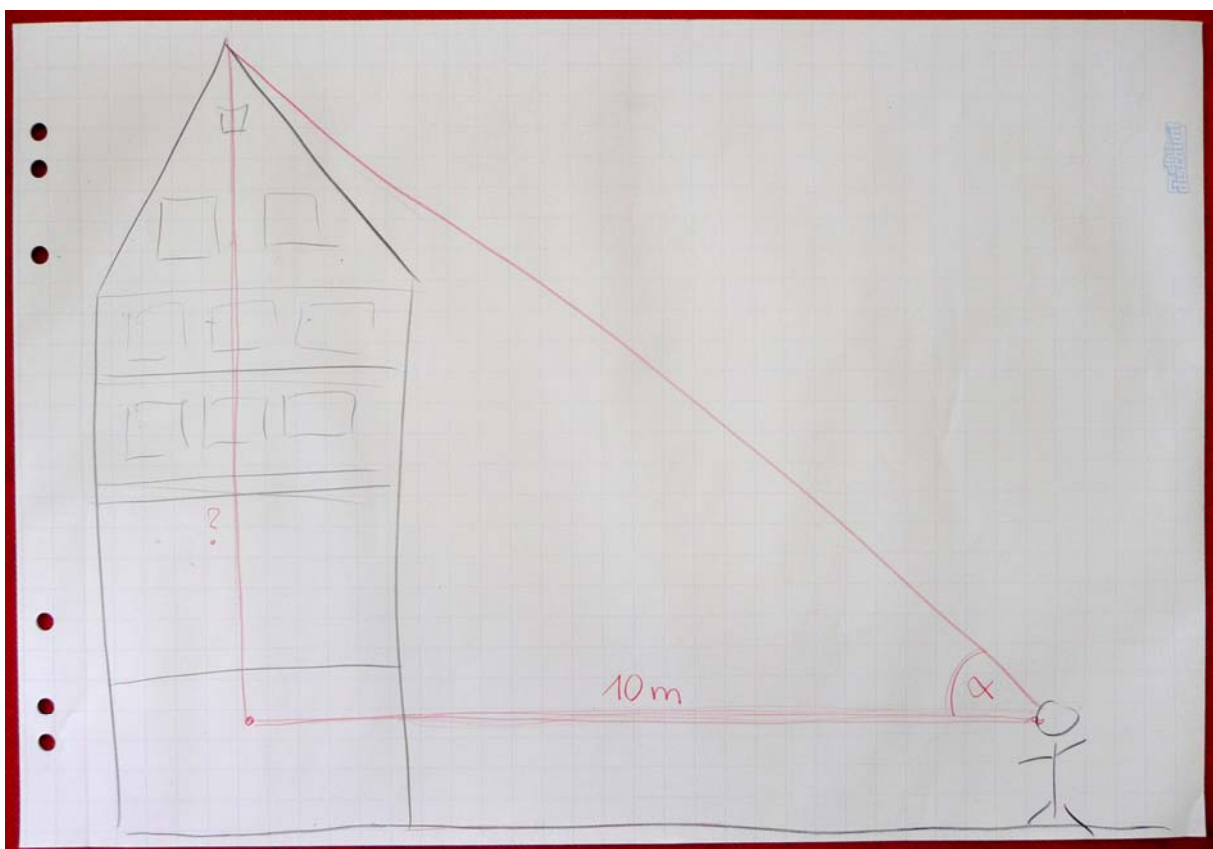


3. Unser Vorhaben: Vom Höhenwinkel zur Höhe

Was wollen wir messen?

Wo ist der Winkel?

Warum zeigt das senkrechte Lot den Höhenwinkel an?



4. Durchführung



Einen „runden“ Abstand zum Gegenstand festlegen – zum Beispiel 10 Meter.

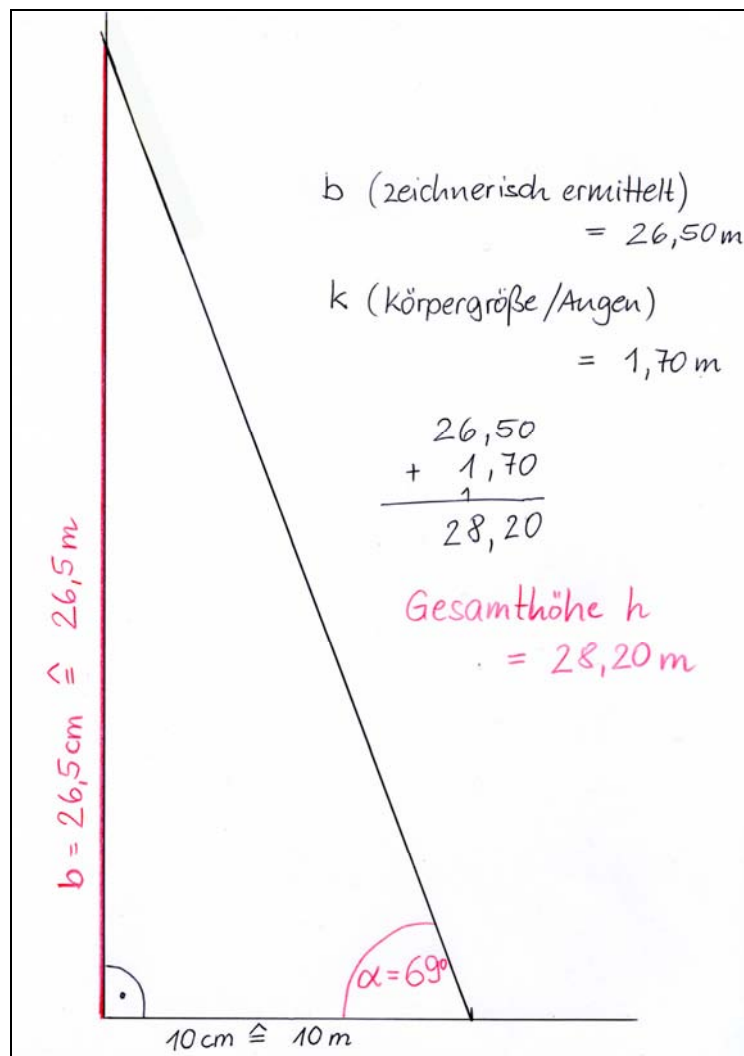


Messung als Partnerarbeit, damit man den Winkel genau ablesen kann.

Ergebnisse dokumentieren (→ Tabelle, siehe Punkt 6).

5. Zeichnerische Lösung

- Wir legen einen Maßstab fest: $10\text{ m} \hat{=} 10\text{ cm}$.
- Zeichne ein rechtwinkliges Dreieck mit einer waagrechten Kathete $a = 10\text{ cm}$ und dem von dir gemessenen Winkel $\alpha = x^\circ$.
- Miss die senkrechte Kathete $b = ?\text{ cm}$.
- Welche Höhe entspricht deinem gemessenen Ergebnis b in der Wirklichkeit?
- Denke daran, deine Augenhöhe (vom Boden bis zu deinem Auge) dazuzurechnen.
- Jetzt hast du das Ergebnis!



6. Umgang mit den Messergebnissen

Vergleiche dein Ergebnis mit den Messungen der anderen Mess-Ingenieure.

Kamen alle zum gleichen Ergebnis?

Wer hat recht?

Wie gehen Wissenschaftler mit unterschiedlichen Ergebnissen um?

Mess-Ingenieur	Gemessener Höhenwinkel	Ermittelte Höhe	Körpergröße (Augenhöhe)	Gesamt-Höhe
Name	x°	b	k	h
...				
...				
Mittelwert \emptyset				

Mittelwert (oder Durchschnitt):

Addiere alle Ergebnisse und teile die Summe durch die Anzahl der Werte.

Es hat sich bewährt, zuerst den höchsten und den niedrigsten Wert der Messergebnisse in einer Gruppe zu streichen. Der Mittelwert wird so noch zuverlässiger.

7. Überprüfung mit einem Maßband



Vielleicht möchtest du jetzt gerne wissen, wie genau unser erzieltes Ergebnis ist.

Wenn es möglich ist, miss die Höhe mit einem Maßband nach.

Bei unserem Beispiel auf dem Foto konnten wir nicht auf die Dachspitze hochsteigen. Wir konnten nur die Höhe des obersten Fensters nachmessen. Natürlich haben wir deshalb mit unseren Quadranten auch eine Messreihe mit einer Peilung zum Fenstersims gemacht.

So war unser Ergebnis:

Mit Quadrant ermittelt: 15,90 m

Mit Maßband gemessen: 16,10 m

(Für die Spezialisten: Der Fehler beträgt nur 20 cm oder 1 % – erstaunlich, oder?) Interessant ist auch, dass der Mittelwert unserer Gruppe besser war, als jedes einzelne Ergebnis!

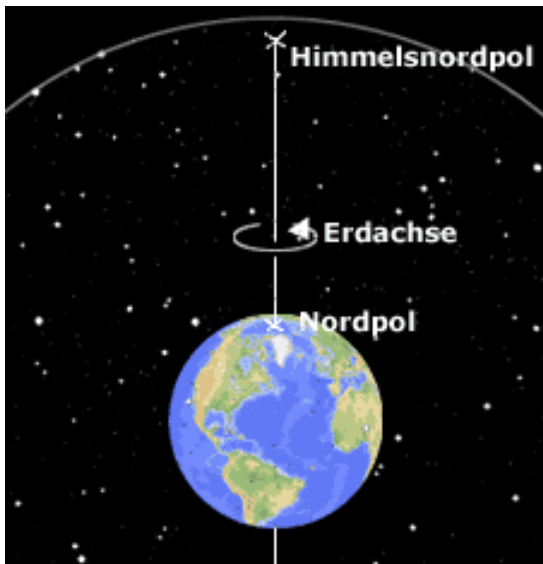
8. Bestimmung des Breitengrades

Nicht nur zur Höhenmessung eines Objektes verwendet man den Quadranten. Die Seefahrer zum Beispiel mussten immer genau wissen: Wo befinden wir uns?

Mit dem Quadranten können wir den Breitengrad unserer Position bestimmen. Man muss dazu lediglich wissen, wo der Himmels-Nordpol ist. In der Nacht helfen uns die Sterne, um diese Richtung zu finden.

Es gibt einen Stern, der seine Position am Himmel während der ganzen Nacht nicht ändert. Alle anderen Sterne scheinen sich zu bewegen – so wie sich die Sonne am Tag scheinbar um unsere Erde dreht. In Wirklichkeit dreht sich die Erde. Das Foto wurde 17 Minuten lang belichtet. Man sieht die kreisförmige Bewegung der vielen Sterne – und das Zentrum, das sich nicht bewegt.





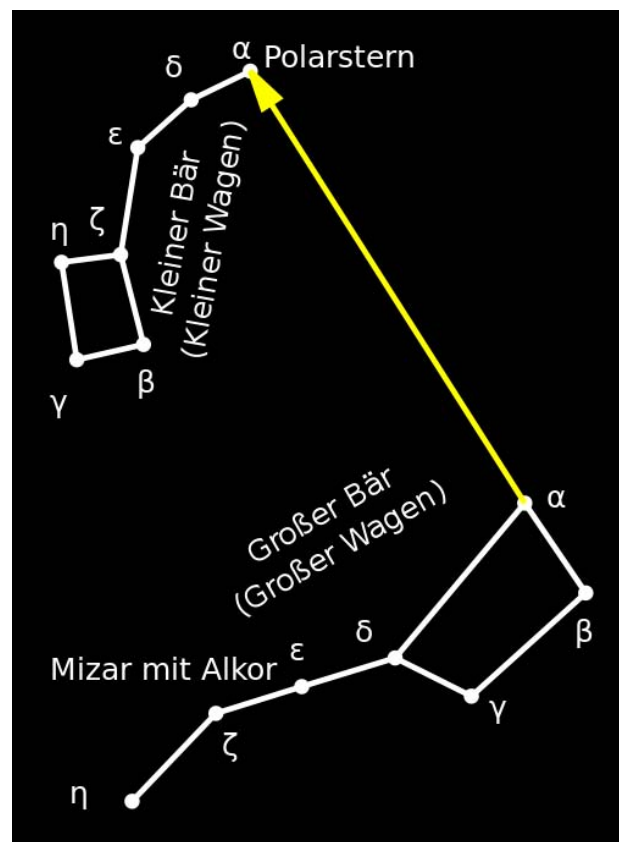
Diese Stelle am Himmel muss also genau auf der Achsenlinie der Erde liegen. (Wenn man sich die Erdachse als unendlich verlängerte Linie vorstellt.)

Der Stern an dieser Stelle des Himmels zeigt uns den Himmelsnordpol an. Man nennt diesen Stern

„Polarstern“ (auch „Polaris“ oder „Nordstern“).

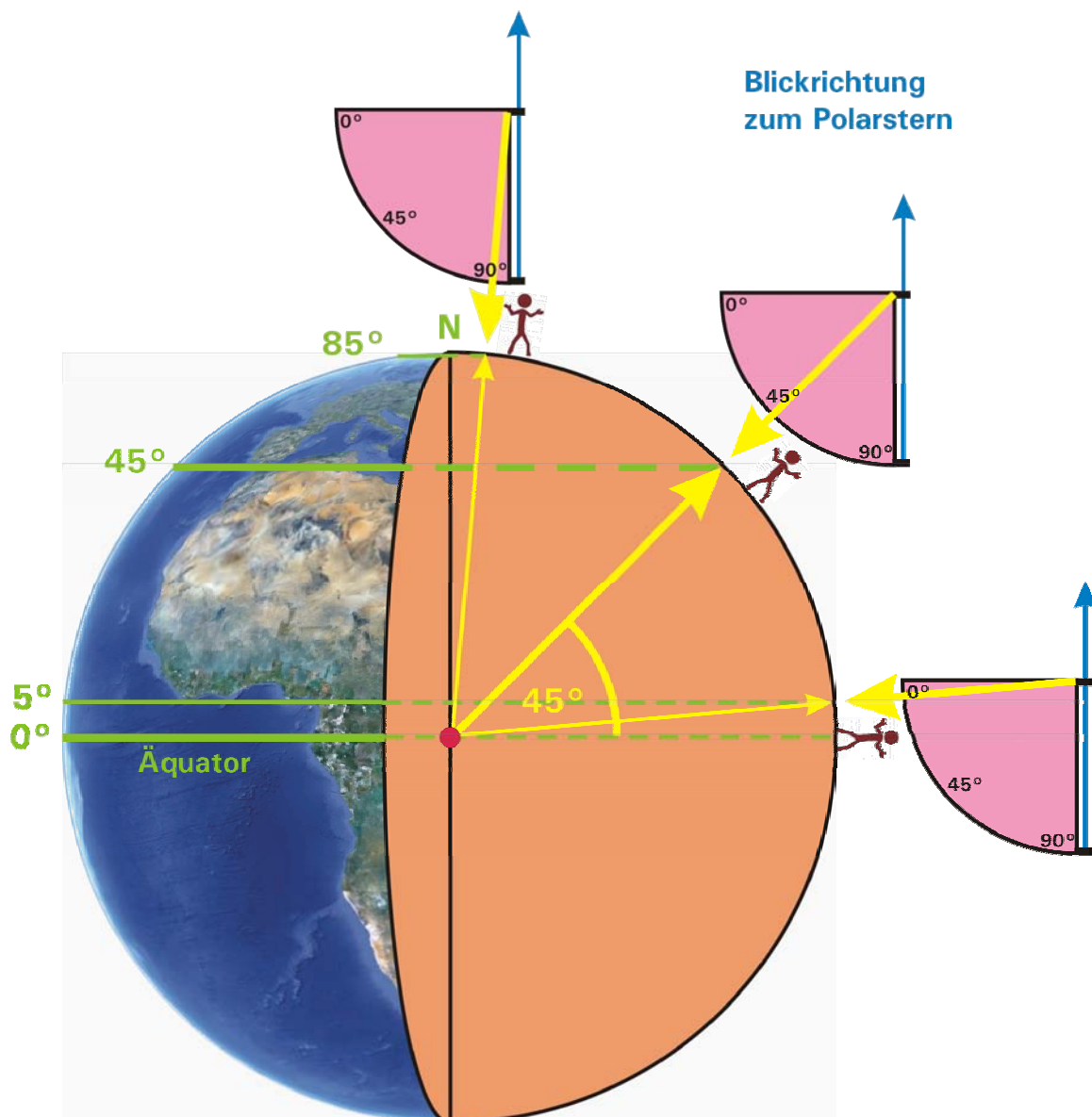
Wie findet man den Polarstern?

Bestimmt kennst du das berühmte Sternbild „Großer Wagen“. Es ist ein Teil des größeren Sternbildes „Großer Bär“, aber der „Wagen“ ist ganz leicht zu erkennen. Wenn du die vordere Wagenkante in deiner Vorstellung fünfmal verlängerst, bist du beim Polarstern. Der bildet auch den Abschluss von der Deichsel des „Kleinen Wagens“.



Probiere es in einer sternklaren Nacht aus: Richte deinen Quadranten auf den Polarstern aus. Die gemessene Gradzahl sagt dir, auf welchem Breitengrad du dich befindest.

Vergleiche dein Ergebnis mit einer Landkarte, auf der die Breitengrade eingezeichnet sind!



Du kannst das Experiment auch an einem Globus nachstellen. Denke daran, dass das Lot des Quadranten immer in Richtung Erdmittelpunkt zeigt.

9. Didaktischer Kommentar

Zu 1. Quadrant:

- Der Quadrant ist ein elementares astronomisches Instrument, mit dem die Höhenwinkel und Positionen von Gestirnen ermittelt wurden. Um genaue Ergebnisse zu erzielen, wurden sie im Mittelalter als „Mauerquadranten“ fest verankert und in großem Maßstab gebaut. Kleine Handquadranten mit Visier und Senklot dienten bis in unsere Zeit hinein den Förstern zur Höhenbestimmung von Bäumen.
- Für unsere schulische Arbeit sind die Quadranten interessant durch die Verbindung von elementaren geometrischen und kulturgeschichtlichen Einsichten.
- Mit Kindern kann man als Projekt ein solches einfaches Gerät bauen und damit beispielsweise die Höhe des Schulhauses messen. Das ganze hier vorgestellte Projekt mit einer Kleingruppe (10 Kinder) benötigt nach meiner Erfahrung mindestens zwei Mal zwei Stunden.
- Dazu muss man nur wenige geometrische Sachverhalte beim Kreis und beim Dreieck kennen – oder umgekehrt: Man erfährt durch den Gebrauch des Quadranten einiges über Gradzahlen, rechtwinklige Dreiecke und Ähnlichkeit.
- Unsere Arbeit mit dem Quadranten kommt ganz ohne Trigonometrie aus. Das Projekt eignet sich in dieser Form deshalb gut für das Alter von 9 bis 12 Jahren.
- Ein Beispiel für die Trigonometrie-Anwendung bei der Höhenbestimmung eines Berges findet sich hier:
<http://techpanacea.blogspot.de/2010/11/how-to-measure-height-of-mountain.html>
- Das didaktische Konzept dieses Projekts bietet viele zu entdeckenden Zusammenhänge. Dennoch braucht es erfahrungsgemäß eine enge und kleinschrittige Führung. Der Schwerpunkt liegt deshalb im konkret nachvollziehenden Lernen.
- Zur Einführung empfiehlt es sich, einen fertig gebauten Quadranten zu zeigen und die Kinder ihre eigenen Vermutungen anstellen zu lassen, wozu das Gerät dient.
- Der Begriff „Quadrant“ lässt an ein Quadrat denken, meint hier aber ein „Viertel“. „Quattro“ (italienisch), „cuatro“ (spanisch), „quatre“ (französisch), „quattuor“ (lateinisch) etc. sind ein kleiner Sprachkurs.
- Dann erzähle ich von der Geschichte aus Astronomie und der Messtechnik – siehe die beigefügte Bildkarten. Die Angaben über das jeweilige Jahrhundert immer umrechnen: Wie lange ist das her? Wie viele Generationen vor uns war das?

- Zum Verständnis der Funktion sind die Begriffe „Waagrechte“, „Senkrechte“ und „Lot“ wichtig. Wohin zeigt das Lot? Nach unten? Zum Erdmittelpunkt! Das Lot und unser waagrechter Boden sind „senkrecht“ zueinander. Sie bilden einen „rechten Winkel“; der misst 90° .
- Die Skizze „Höhenwinkel mit dem Quadranten messen“ lädt dazu ein mit dem Quadranten zu spielen. Es geht darum, eine Vorstellung davon zu entwickeln, dass der Höhenwinkel, der über der Waagrechten gemessen wird, gleichzeitig am senkrechten Lot abzulesen ist. Die geometrische Transformation dabei ist eine „Drehung“.
- Und was werden wir mit dem Quadranten messen?

Zu 2. Bauanleitung

- Der Einfachheit halber verwende ich ein quadratisches Brett. Eleganter wäre es natürlich, wenn man sich die Mühe macht, den Bogen mit der Laubsäge zu sägen, aber das ist für die Funktion ohne Bedeutung.
- Die Kanten sollten etwas abgeschliffen werden, damit sich das Lot nicht verhakt.
- Zum Bohren des Loches für das Lot ist es hilfreich, wenn man die genaue Stelle zuerst ankörnt.
- Handwerklich sind für die Kinder – man staune – die Knoten am schwierigsten! Das Lot soll frei schwingen; der (dicke) Knoten darf nur an der Rückseite des Brettes sein.
- Der Trinkhalm als Visier ist eine ganz einfache Möglichkeit. Man kann ihn mit Heißkleber oder Kraftkleber befestigen. Natürlich sind andere Varianten mit „Kimme“ und „Korn“ möglich.
- Fertig! Jetzt kann ausgiebig gespielt und erprobt werden: Kann ich ein Zeil anvisieren? Kann ich gleichzeitig den Winkel ablesen? Oder ist ein Assistent nötig?
- Warnhinweis: Nicht in die Sonne schauen! (Warum?)

Zu 3. Vorhaben

- Mit freier Skizze das Vorhaben besprechen. Die Kinder sollen eine Vorstellung davon entwickeln, wozu die Winkelmessung dient.
- Bemerkt jemand, warum wir einen Abstand vom Objekt festlegen müssen?

Zu 4. Durchführung

- Was muss dokumentiert werden? Wer dokumentiert – jeder für sich, oder einer für alle?
- Beim Ablesen sich gegenseitig assistieren!

Zu 5. Zeichnerische Lösung

- Wir hatten den Abstand vom Objekt festgelegt und den Winkel Alpha gemessen. Wie kann man nun die Höhe zeichnerisch ermitteln?
- Tatsächlich haben wir noch eine dritte Festlegung – den rechten Winkel (Boden-Hauswand). Damit kann man das maßstabsgetreue Dreieck zeichnen. Ich demonstriere die vollständige Konstruktion und lasse die Schüler die Zeichnung dann mit ihren individuell ermittelten Werten zeichnen.
- Wer noch nie Winkel mit dem Geodreieck gezeichnet hat, braucht dafür eine sorgfältige Anleitung.
- Bitte vorher abschätzen, ob das Papier groß genug ist (hochkant?).
- Bei der maßstabsgetreuen zeichnerischen Lösung kann man den Begriff der „Ähnlichkeit“ (reales Dreieck – gezeichnetes Dreieck) geben.
- Eher intuitiv als explizit erfährt man, dass man ein bestimmtes Dreieck zeichnen kann, wenn drei Informationen gegeben sind:
3 Seitenlängen / 2 Seitenlängen und 1 Winkel / 1 Seitenlänge und 2 Winkel

Zu 6/7. Umgang mit Messergebnissen/Kontrollmessung

- Wenn mehrere „Messingenieure“ tätig sind, geht es natürlich auch um die Interpretation von möglicherweise unterschiedlichen Messergebnissen. Wer hat recht? Wie gehen Wissenschaftler und Statistiker mit ihren Ergebnissen um? Ein ernsthaftes Problem – auch für die Schüler.
Diskussion: „Es kann nur einer recht haben.“ / „Jeder macht Fehler.“ / „Wir müssen alles nachprüfen.“ / „Wir müssen gemeinsam messen.“ / „Das richtige Ergebnis liegt irgendwie in der Mitte.“ ...
- Den Begriff „Mittelwert“ oder „Durchschnitt“ kennen die meisten Schüler, können ihn aber selten mathematisch bestimmen. Einfache Beispiele mit einfachen Werten helfen: Notendurchschnitt von 1 und 3 / Gerechtes Verteilen von unterschiedlichem Besitz...
- Mathematisch: Summe geteilt durch Anzahl.
- Statistiker wenden einen zusätzlichen Trick an: Sie streichen den kleinsten und höchsten Wert, weil diese am ehesten ein „Ausrutscher“ sind.
- Wertschätzung des ermittelten „Mittelwertes“ von vielen unterschiedlichen (fehlerbehafteten) Einzelergebnissen – es zeigt sich manchmal, dass dieses Ergebnis genauer ist als jeder individuelle Wert!

10. Anhang – Bildkarten

- Quadrant aus dem 14. Jahrhundert
- Quadrant aus dem 17. Jahrhundert
- Quadrant des Hevelius, um 1644
- Mauerquadrant von Tycho Brahe, um 1600
- Observatorium Ulug Beg, 15. Jahrhundert
- Quadrant von John Bird, 1733
- Skizze: Höhenwinkel messen
- Kopiervorlage zum Bau eines Quadranten

Zweite veränderte Auflage

Copyright

© Markus Wurster, 2013

markuswurster@gmx.de



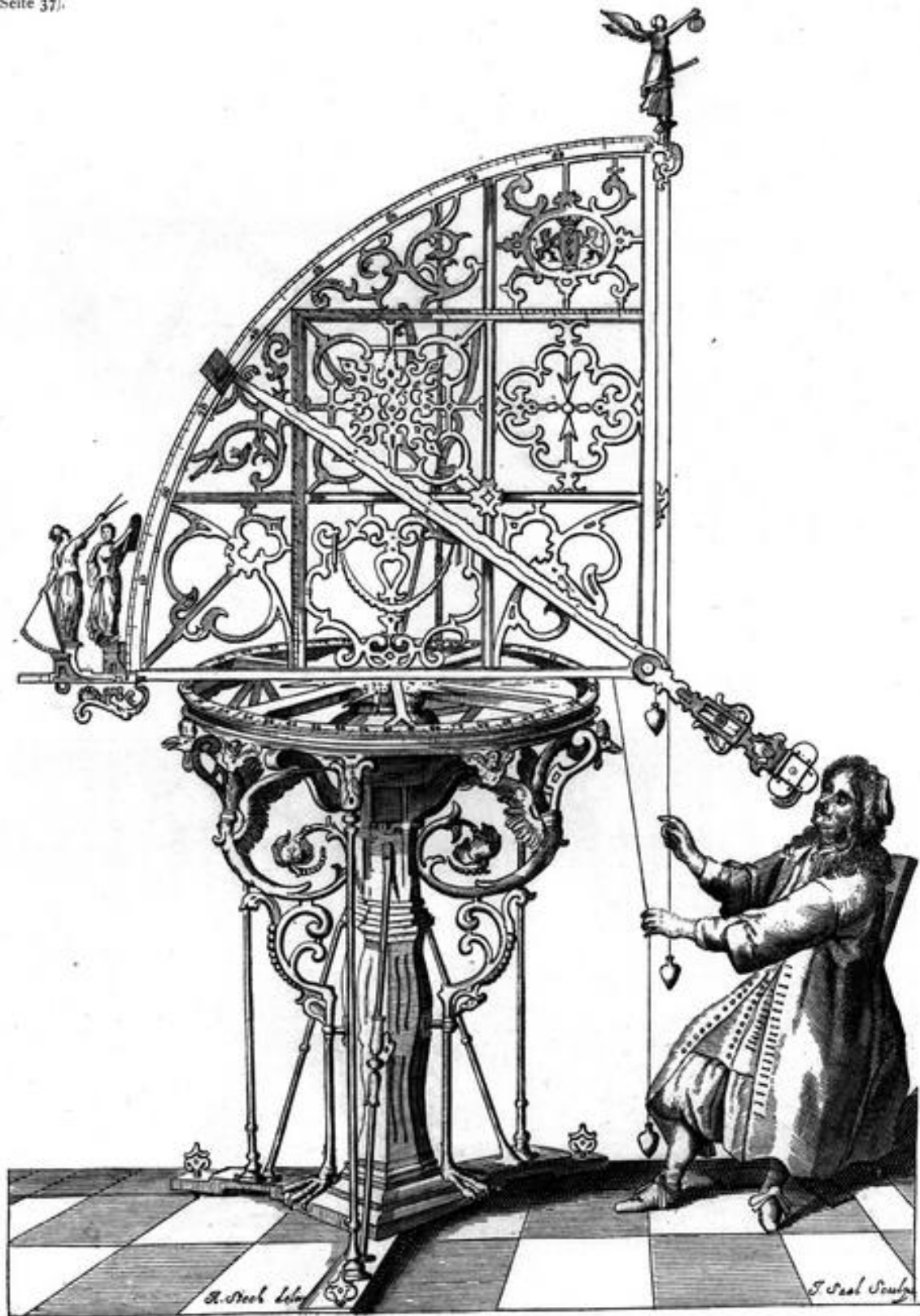
Quadrant aus dem 14. Jahrhundert

<http://www.abc.net.au/news/2011-11-09/one-man27s-trash-is-another27s-centuries-old-treasure/3654974>



Quadrant aus Holz aus dem 17. Jahrhundert

<http://ageofex.marinersmuseum.org/index.php?type=navigationtool&id=8#>



Crüger's großer Azimuthal-Quadrant, vollendet von Hevel 1644,
nach Hevel's Machina coelestis.

Quadrant des Hevelius, um 1644

<http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Hevelius-Quadrant.jpg>



Mauerquadrant von Tycho Brahe, um 1600

Der Mauerquadrant wurde bis etwa 1800 in der Astronomie verwendet. Man konnte mit ihm den genauen Höhenwinkel (und damit die Position) der Gestirne messen. Im Gegensatz zu den kleineren Pendelquadranten wurden diese großen Quadranten fest auf einer Mauer montiert. Hier der Mauerquadrant von Tycho Brahe (um 1600), eines der größten astronomischen Instrumente der Neuzeit. Tycho Brahe war zu seiner Zeit der bedeutendste Astronom und sammelte eine Unmenge von Daten zu den Sternen – noch ganz ohne Teleskop.



Das Observatorium von Ulug Beg befindet sich in der Stadt Samarkand in Usbekistan. Samarkand ist eine der ältesten Städte der Welt und war lange Zeit ein Zentrum für Kultur und Wissenschaft. Im 15. Jahrhundert wurde dort ein Observatorium errichtet. Dazu gehörte auch ein überdimensional

Observatorium Ulug Beg

großer Sextant, der ähnlich funktioniert wie ein Quadrant. Der Bogen-Radius betrug 36 Meter! Damit konnte man die Winkel mit einer Genauigkeit von Bruchteilen von einem Grad ablesen.

Heute ist nur noch ein kleiner Teil davon erhalten.

http://de.wikipedia.org/wiki/Ulug_Begs_Observatorium

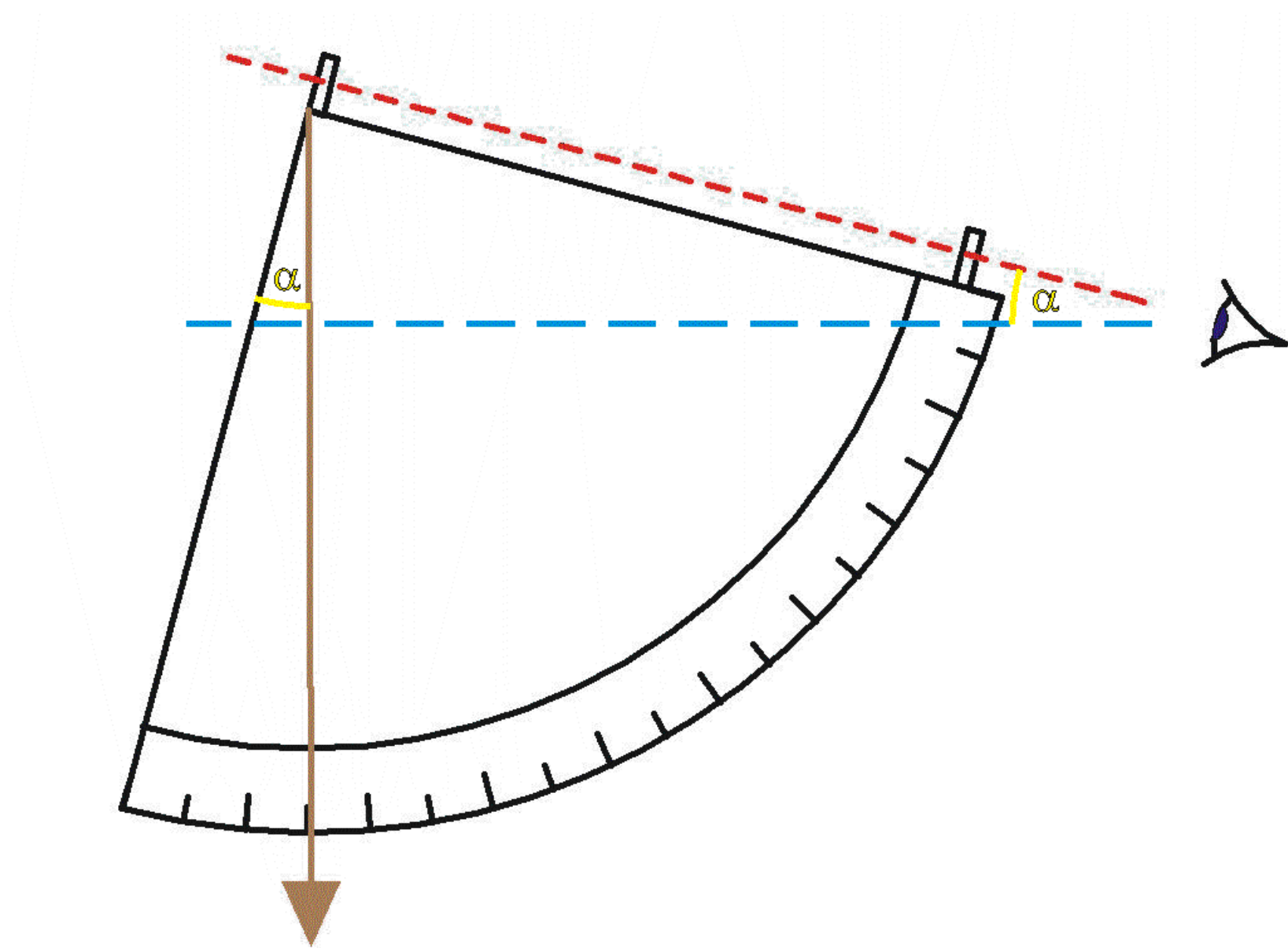


Quadrant von John Bird, 1773

Vor der Erfindung des Teleskops musste man die Quadranten zur Sternbeobachtung sehr groß bauen, damit man den Winkel möglichst genau ablesen konnte.

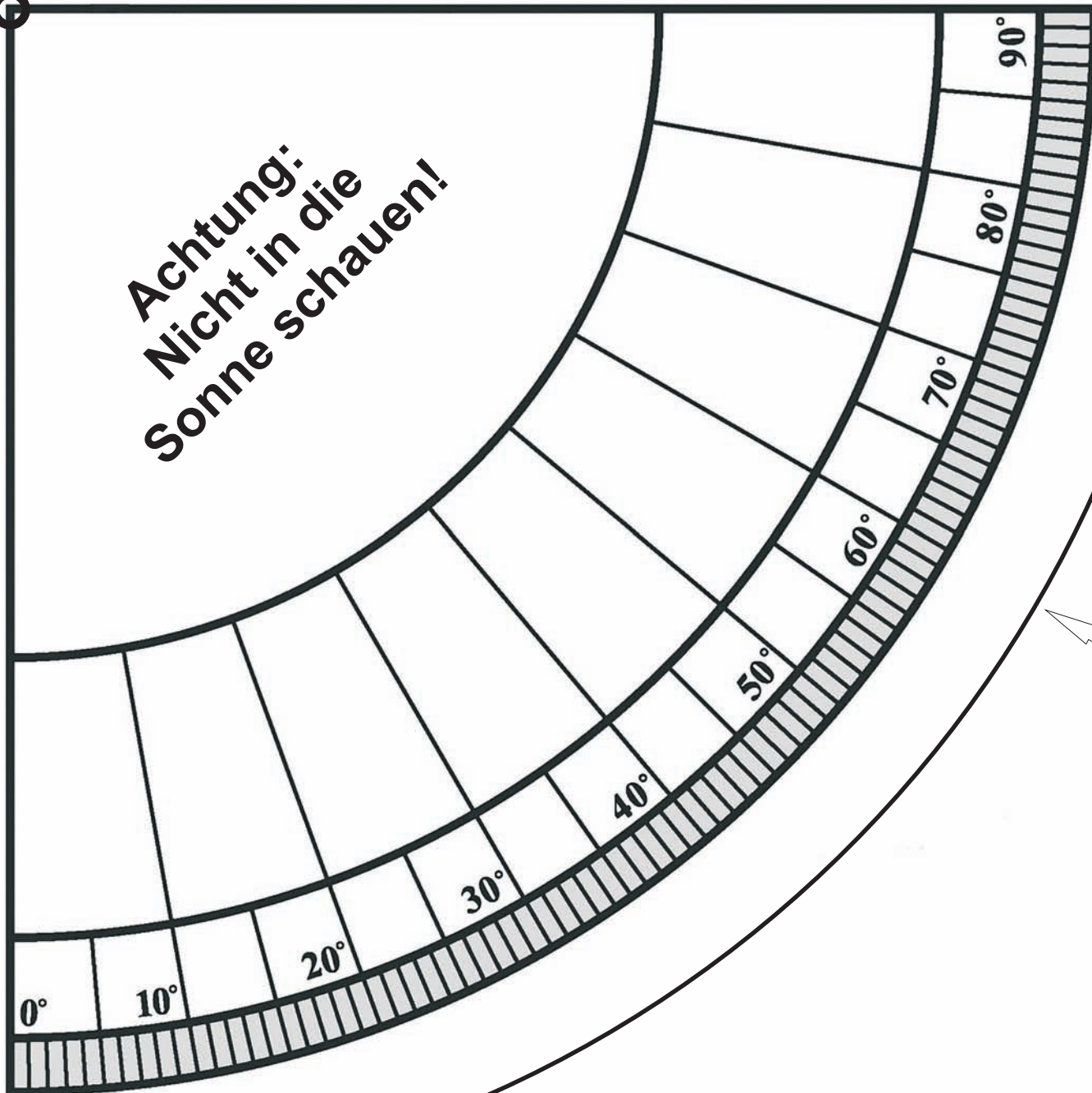
Als dann die Fernrohre erfunden wurden (maßgeblich durch Johannes Kepler und Galileo Galilei), konnte man die Quadranten wieder kleiner bauen und trotzdem noch viel präzisere Messungen damit machen.

Hier ein Quadrant von John Bird aus dem Jahr 1773. Zum Anpeilen der Gestirne wurde ein Fernrohr verwendet.



Höhenwinkel mit dem Quadranten messen

**Achtung:
Nicht in die
Sonne schauen!**



An dieser Linie ausschneiden.

Kopiervorlage Quadrant

