SQUARE MEASURE OR AREA

Material to show:

A. How one arrived to calculation of rectangular surfaces and of prallelograms - wooden material. (1. book)

B. ... of triangular - wooden (1. book) and of trapecial surfaces - iron material,

C. ... of polygonal surfaces - iron material

D. ... of circular surfaces - iron material
The square divided into triangles and rectangles.

E. The illustration of meaning of eaqual, similar and equivalent figures - names of the lines: side, diagonal, median etc.

F. Ehe relation of area value and of respective sides of the inscribed and surcumsribed sqares by joining the mid-points of the squares.

G. Transforming rectangles into equivalent squares and vice-versa.

H. Building of one of the illustrations of Pythagoras theorem.

J. The illustration of the infinite within the finite by inscribed and circunscribed squares by arranging them concentrically or diagonally.

J. The three demonstrations of the theorem of Pythagoras. - (iron material)

K. Equivalence of figures in equivalent rectangular figures and vice-versa.
The equilateral triangle devided into parts:

L. Iron material: lines, and their names: size, height, base, bisector, ect.

M. The relation of area value and side value between the large triangle and the triangle formed by joining the midpoints of its sides (of the large triangle)

N. The rhombus formed by two smaller equilateral triangles its value in relation to the large triangle; length of its diagonals compared with lines of the large triangle.

O. The same for the trapezium.

P. Value of large triangle expressed in rhombuses.
The equilateral triangle divided into parts. (wooden material: constructive triangles.

Q. Quadilateral figures that can be composed with triangles which are 1/2 of the large triangles (see first box of constructive triangles used in the"casa dei Bambini"

R. Figures that can be composed with triangles which are 1/3 of the large triangle - special study of the hexagon in relation to the rhombuses that form it and the long diagonals of the latter - special study of the hexagon in relation to the rhombuses that form it and the long diagonals of the latter - in relation to the triangle inscribed in the hexagon: respective surface value of the two - the sides of the triangle equal to the long diagonal of the rhombuses.

S. Figures that can be composed with the triangles which are 1/4 of the large triangle. Special study of the hexagon.

T. The demonstration of the theorem of Pythagoras can be applied to figures other than squares by the use of the above materials.

Ornamental Geometry.

U. By combining inscribed and circumscribed figures of the same kind (all squares, triangles circles etc.) or of different kind(material: figures cut out in paper of different colour.

SQUARE MEASURE OR AREA

Material to show:

A. How one arrived to calculation of rectangular surfaces and of prallelograms - wooden material. (1. book)

B. ... of triangular - wooden (1. book) and
of trapecial surfaces - iron material,

C. ... of polygonal surfaces - iron material

D. ... of circular surfaces - iron material
The square divided into triangles and rectangles.

E. The illustration of meaning of eaqual, similar and equivalent figures - names of the lines: side, diagonal, median etc.

F. The relation of area value and of respective sides of the inscribed and surcumsribed sqares by joining the midpoints of the squares.

G. Transforming rectangles into equivalent squares and vice-versa.

H. Building of one of the illustrations of Pythagoras theorem.

J. The illustration of the infinite within the finite by inscribed and circunscribed squares by arranging them concentrically or diagonally.

J. The three demonstrations of the theorem of Pythagoras. - (iron material)

K. Equivalence of figures in equivalent rectangular figures and vice-versa.
The equilateral triangle devided into parts:

L. Iron material: lines, and their names: size, height, base, bisector, ect.

M. The relation of area value and side value between the large triangle and the triangle formed by joining the midpoints of its sides (of the large triangle)

N. The rhombus formed by two smaller equilateral triangles its value in relation to the large triangle; length of its diagonals compared with lines of the large triangle.

O. The same for the trapezium.

P. Value of large triangle expressed in rhombuses.
The equilateral triangle divided into parts. (wooden material: constructive triangles.

Q. Quadilateral figures that can be composed with triangles which are 1/2 of the large triangles (see first box of constructive triangles used in the"casa dei Bambini"

R. Figures that can be composed with triangles which are 1/3 of the large triangle - special study of the hexagon in relation to the rhombuses that form it and the long diagonals of the latter - special study of the hexagon in relation to the rhombuses that form it and the long diagonals of the latter - in relation to the triangle inscribed in the hexagon: respective surface value of the two - the sides of the triangle equal to the long diagonal of the rhombuses.

S. Figures that can be composed with the triangles which are 1/4 of the large triangle. Special study of the hexagon.

T. The demonstration of the theorem of Pythagoras can be applied to figures other than squares by the use of the above materials.

Ornamental Geometry.

U. By combining inscribed and circumscribed figures of the same kind (all squares, triangles circles etc.) or of different kind(material: figures cut out in paper of different colour.

Begriffe der Geometrie

in verschiedenen Serien

Diese, in den folgenden Blättern skizzierten Serien, stellen eine Zusammenstellung der verschiedenen geometrischen Begriffe dar.

Die Serien gibt es in verschiedener Ausführung und sie dienen parallellaufenden Zwecken.
Eine komplette Serie besteht aus 21 Serien, die wiederum aus 2 bis 10 verschiedenen Karten in jeder einzelnen Serie besteht. Die einzelnen Karten haben etwa das Format von 12 mal 12 cm.

Die Serien in ihrer verschiedenen Ausführung:

1. Serie kann an die Wand gehängt werden. Jede kleine Serie zusammenhängend für sich.

2. Serie mit Namen versehen als Kontrollkarte.

3. Serie ohne Namen zu denen lose Namen zugeordnet werden.

4. Serie in Buchform mit zugefügter Definition auf der gegenüberliegenden Seite.

   Dazu gibt es die Definitionen auf losen Karten, die zu der losen Kartenserie mit oder ohne Namen geordnet werden können.

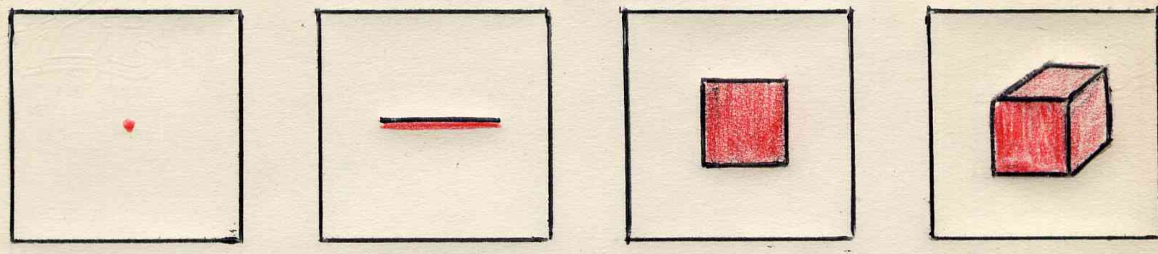
   Diese Definitionskarten sind selbst ohne Namen versehen. Der Name muß dazu geordnet werden.

   Die ganze Definition ist zerschnitten und muß zusammengesetzt werden.

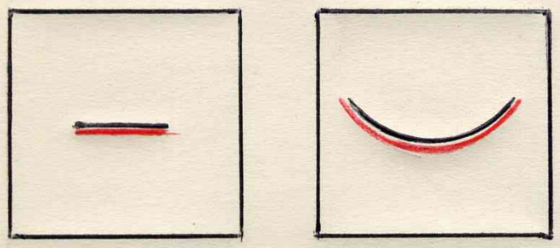
Das Material dient zur Klärung der einzelnen Begriffe, die beim Arbeiten mit dem konkreten Material gefunden wurden.
Das Material dient gleichzeitig als Lesematerial.
Das Kind liest, um Erkenntnisse zu erwerben. Das Lesen ist mit einem Zweck verbunden und deshalb interessant.

Begriffe der Geometrie in verschiedenen Serien.

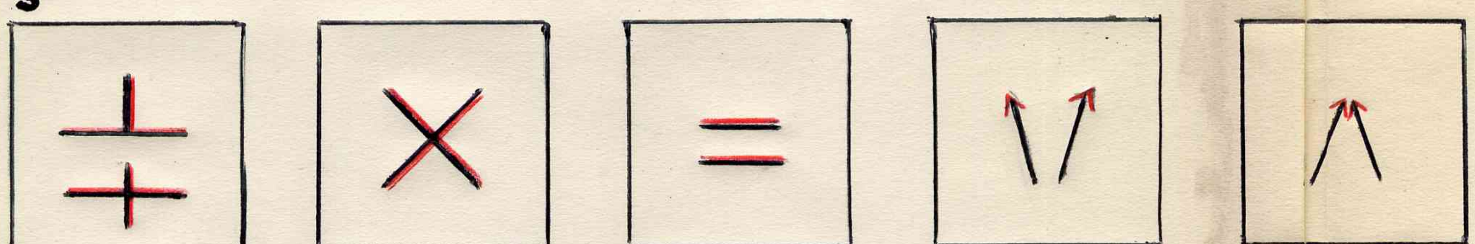
1



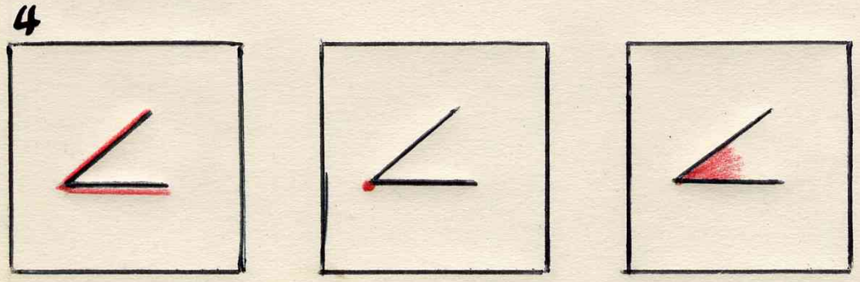
2



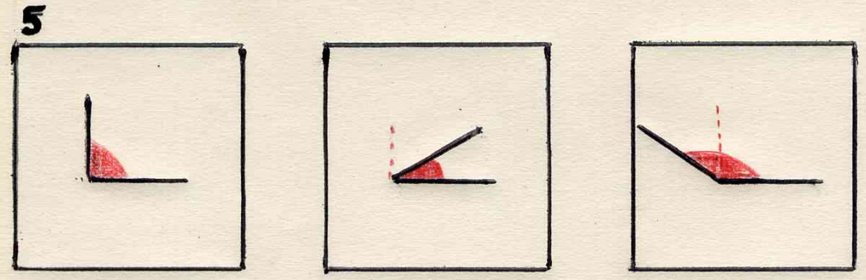
3



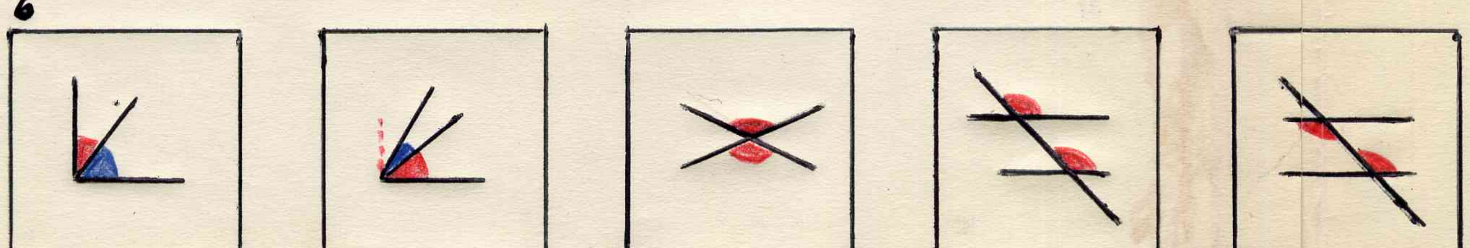
4



5



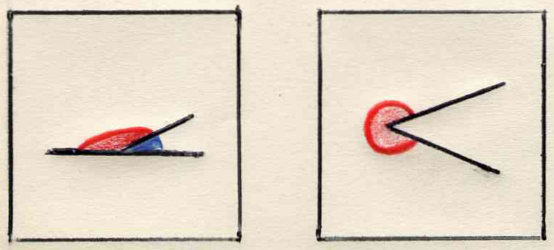
6



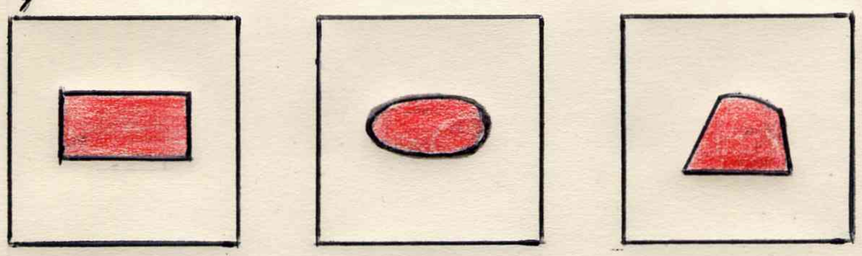
Begriffe der Geometrie in verschiedenen Serien.

8

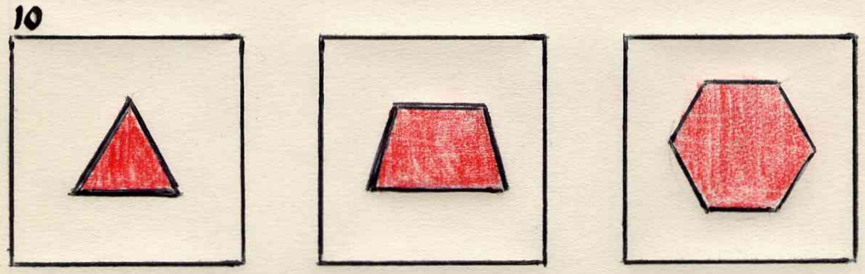
7



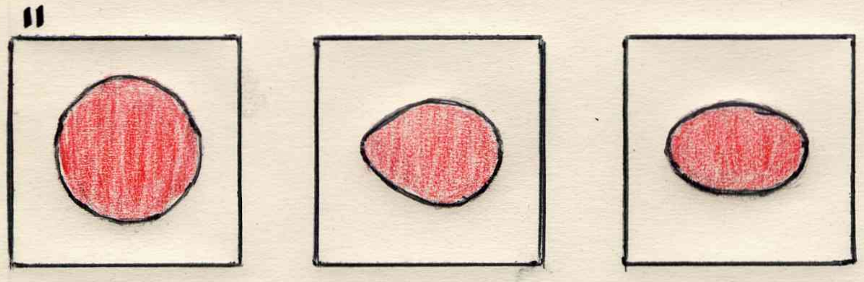
9



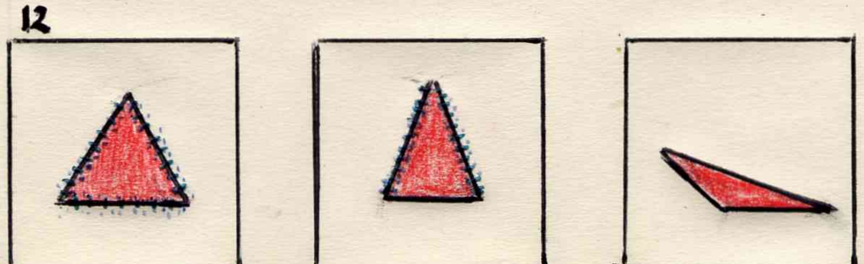
10



11

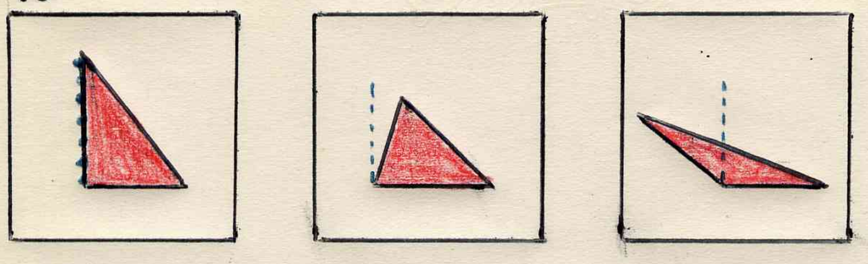


12

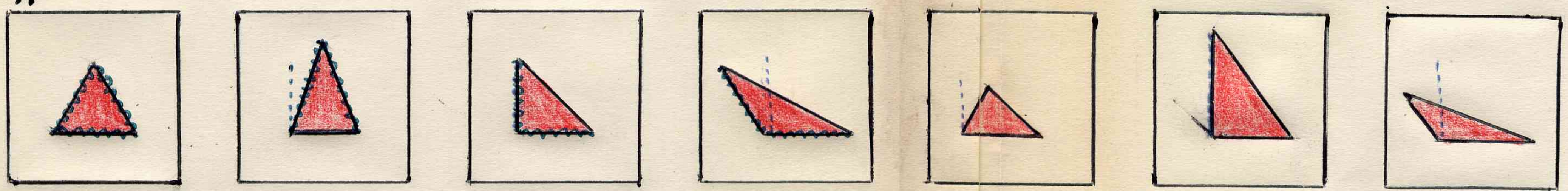


Begriffe der Geometrie in verschiedenen Serien.

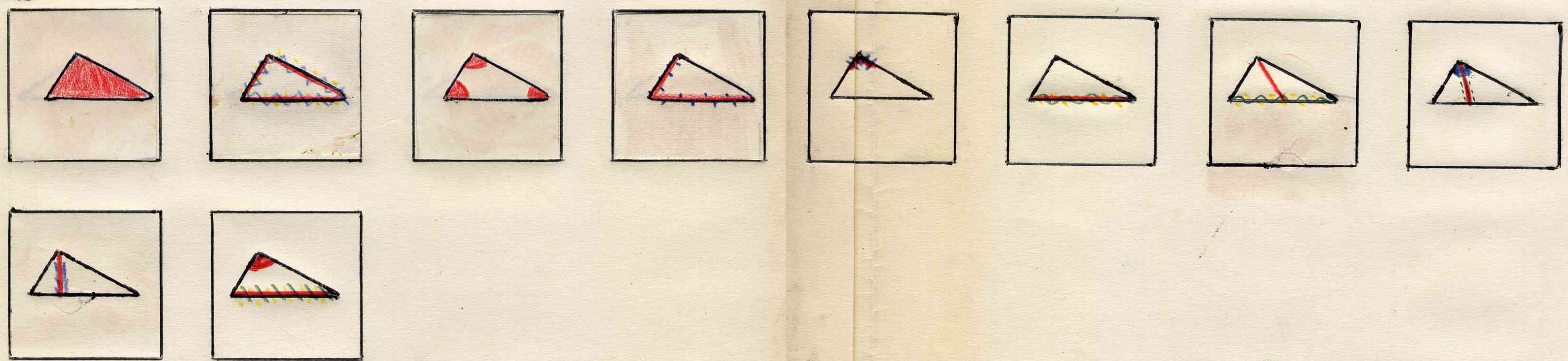
13



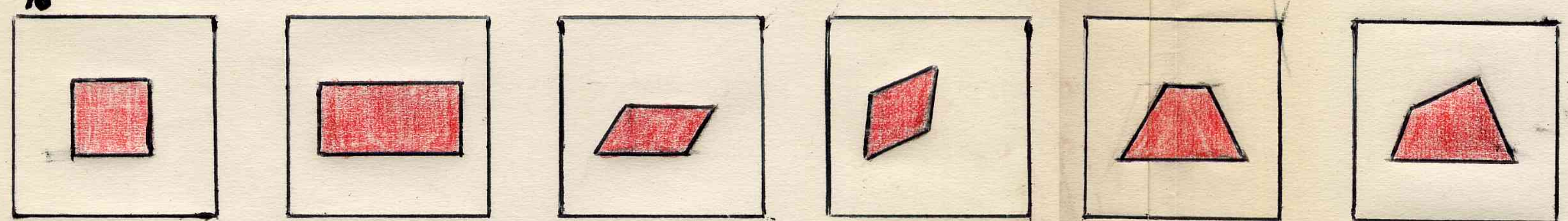
14



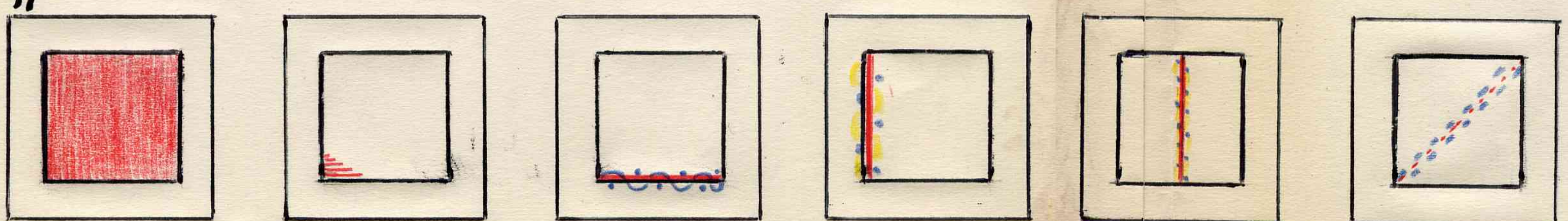
15



16

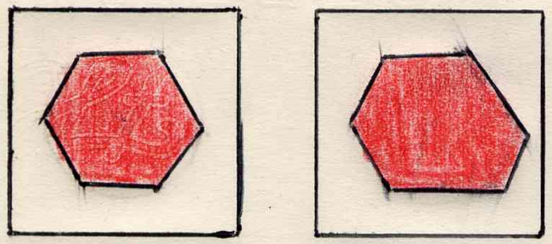


17

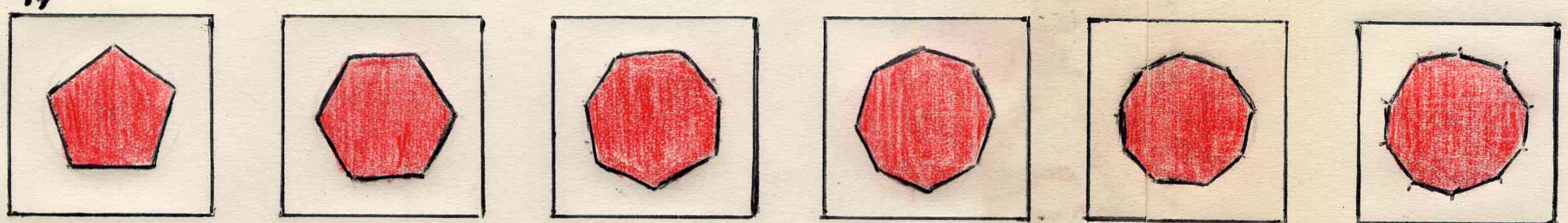


Begriffe der Geometrie in verschiedenen Serien.

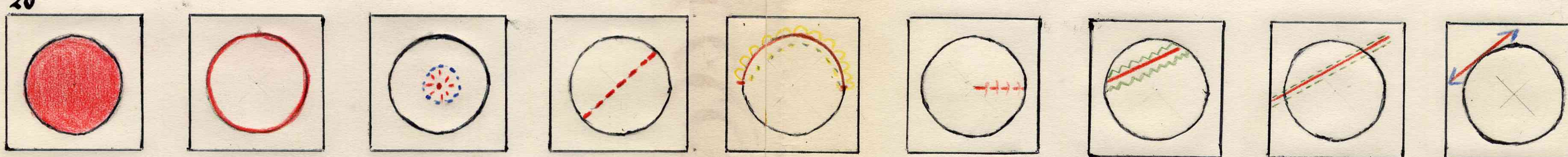
18



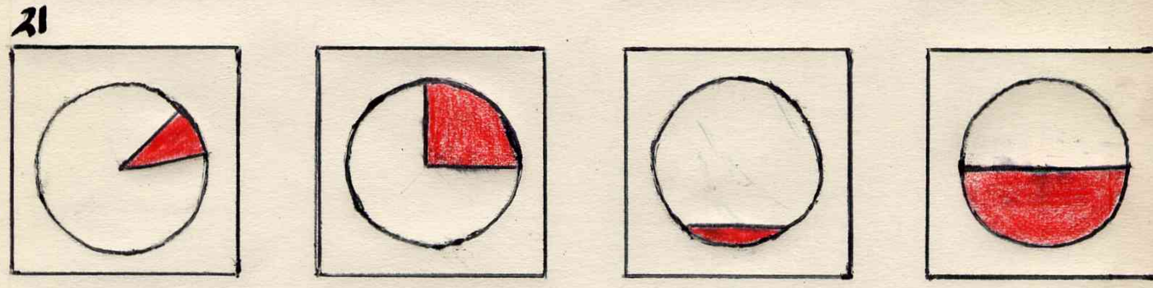
19



20



21



Über die Einführung der Geometrie

siehe Buch 1 und die geometrische Mappe.

Ergänzende Bemerkungen:

Quadrat, Dreieck und Kreis wurden als die drei Hauptfiguren ausgewählt, da sie für die Berechnung von Flächen und Räumen von ausschlaggebender Bedeutung sind.
Das Quadrat wird zur Berechnung von Flächen benutzt.
Der Kreis und das Dreieck sind wegen der Winkelmessung geeignet, über unmeßbare Entfernungen zu kalkulieren.

Linien an sich bestehen nicht. Es besteht lediglich die Begrenzung einer Figur.

Der größte Winkel liegt der längsten Seite in einem Dreieck gegenüber.
Jeder Winkel bestimmt die Länge der gegenüberliegenden Seite.
Jede Seite bestimmt den gegenüberliegenden Winkel.

Die Vorstellung und das konkrete Wissen der einzelnen Fakten geht allem weiteren Schlüsseziehen voran.

Die Zeit zwischen 6 und 10 Jahren ist die beste Zeit, um die Geometrie an die Kinder heranzubringen. Die Kinder lieben es, Fakten festzustellen und Schlüsse zu ziehen.

Zusammenfassung der Vorlesungen über die Geometrie

gehalten am 17.3., 19.3., 21.3. und 24.3. 1958 von M.Montessori

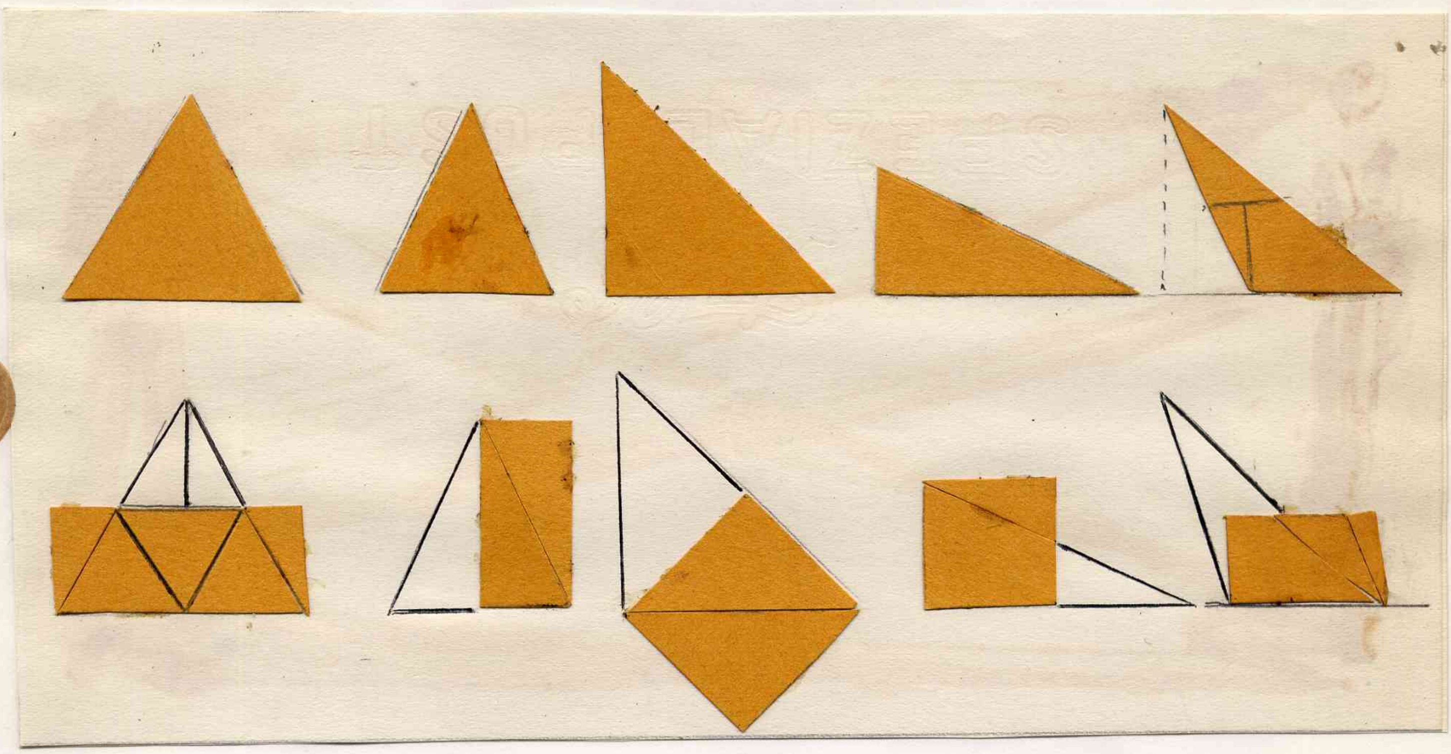
Die Regeln über das Zeichnen der verschiedenen Linien werden wie in der normalen Schule gelehrt.

Da das Rechteck zur Berechnung der Fläche grundlegend ist und alle anderen Formen für die Berechnung auf das Rechteck bezogen werden, bringen wir das Rechteck und die Entwicklung der Berechnung in konkretem Material an die Kinder heran. (Siehe Buch I)
Die Formel für die Berechnung des Rechtecks heißt schließlich - Grundfläche mal Höhe = g x h.

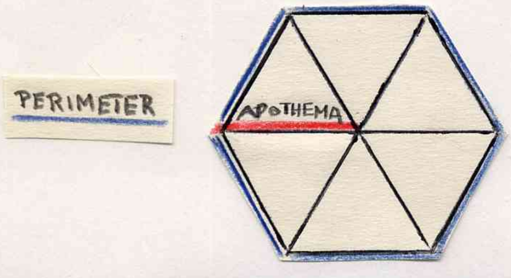
Die zweite wichtige Form, die in der Berechnung der Fläche bedeutsam ist, ist das Dreieck.
Wenn man verstanden hat, wie man die Fläche des Dreiecks berechnet, kann man alle von geraden Linien begrenzten Figuren berechnen, da man jede dieser Figuren in einzelne Dreiecke zerlegen kann.

Wir kommen durch den konkreten Versuch zu der Formel:

g x 1/2 h = Grundfläche mal 1/2 Höhe



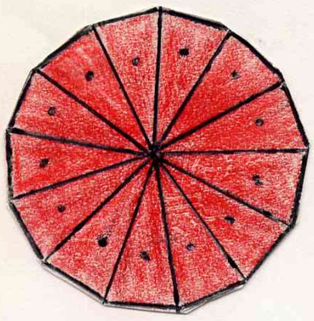
Berechnung des Hexagons:



Die Seiten der einzelnen Dreiecke, die zur Mitte weisen, heißen Apothema. Die einzelnen Basen der Dreiecke nennt man zusammen Perimeter.
Die Formel für die Berechnung heißt demnach:

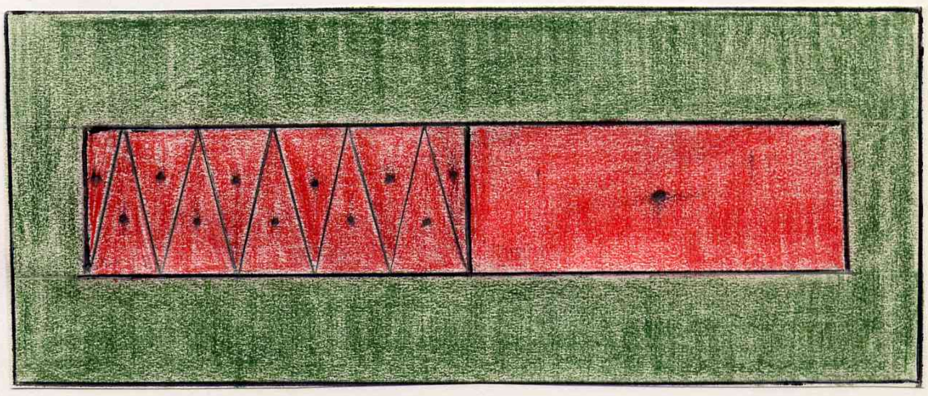
Perimeter mal 1/2 Apothema

Fortsetzung der Zusammenfassung der Geometrie

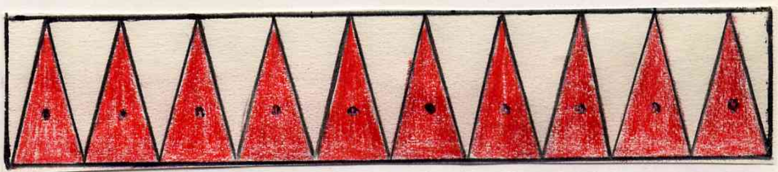


Über die Berechnung des Zehnecks

Material: Ein Eisenrahmen, in den in der Mitte ein Feld mit weißem Grund eingelassen ist. In ihn passen genau die 10 Dreiecke und ein gleichgroßes Rechteck hinein.



Das 10. Dreieck ist in zwei Teile geteilt, so daß aus dem ursprünglichen Parallelogramm ein Rechteck geformt werden kann.
Nur die Hälfte der Grundfläche wird besetzt.
Also 1/2 Grundfläche mal Höhe



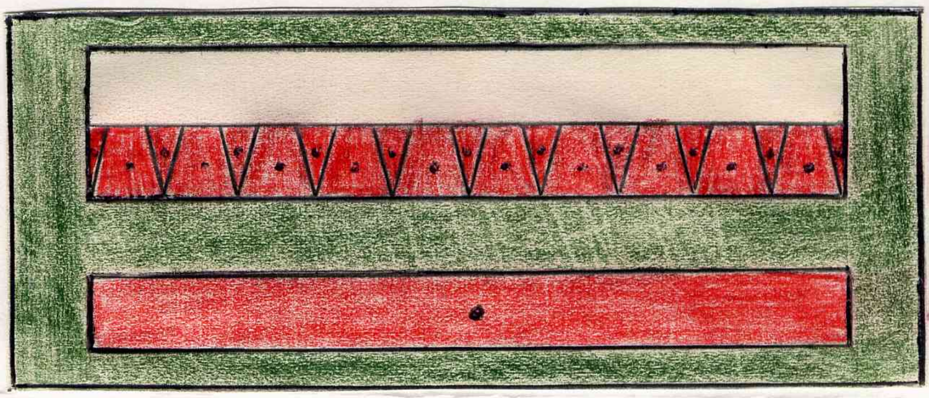
Oder wir setzen die Dreiecke nebeneinander. Dann wird die ganze Grundfläche belegt, aber die Zwischenräume müssen mit den oberen Hälften der Dreiecke ausgelegt werden. Wir erhalten:

Trapez und spitzwinklige Dreiecke, deren Höhe übereinstimmen. Die neue Formel heißt:

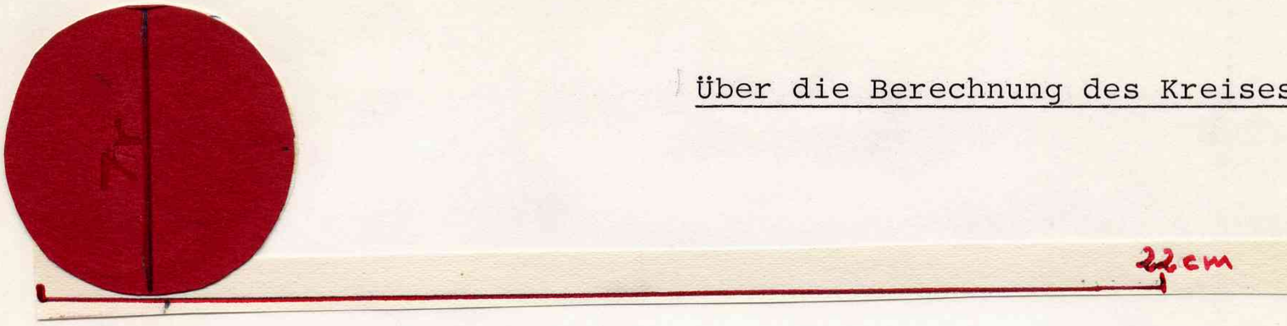
Grundfläche mal 1/2 Höhe.

Der Wert verändert sich durch die Umdrehung der Formel nicht.

Material: Ein Eisenrahmen in gleicher Art, aber mit zwei eingelassenen Feldern. Das obere Feld hat die Höhe der Dreiecke und die Länge setzt sich aus der Summe der Dreiecksbasen zusammen.
Das untere Feld beträgt die gleiche Länge, aber nur die halbe Höhe.



Fortsetzung der Zusammenfassung der Geometrie



Über die Berechnung des Kreises

Den Umfang eines Kreises kann man messen, indem wir ihn auf einer Linie abrollen. Wir können verschieden große Kreise auf diese Weise messen. Ein Kreis mit einem Radius von 3,5 cm oder einem Durchmesser von 7 cm hat einen Umfang von 22 cm. Das ist mit dem Dezimalsystem ausgedrückt 3,14 oder im einfachen Bruch ausgedrückt $\frac{22}{7}$.

Der Umfang jedes Kreises beträgt demnach 2 r x 3,14

3,14 oder $\frac{22}{7}$ wird mit dem Namen pi = π ausgedrückt.

Für die Berechnung der Kreisfläche können wir nun die übliche Formel Grundfläche mal 1/2 Höhe anwenden.

Grundfläche = Kreisumfang: 2 r x π x 1/2 Höhe, das ist 1/2 r

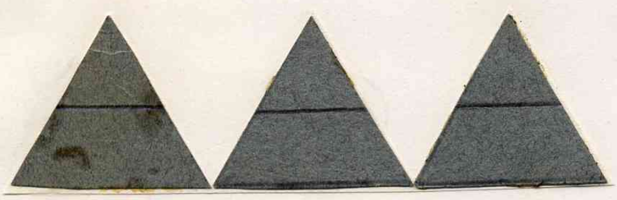
Die Formel heißt: $\frac{\cancel{2}\ r \times \pi \times r}{\cancel{2}}$

Sie kann verkürzt werden und heißt $\pi\ r^2$

=======

Über die Berechnung des Trapezes

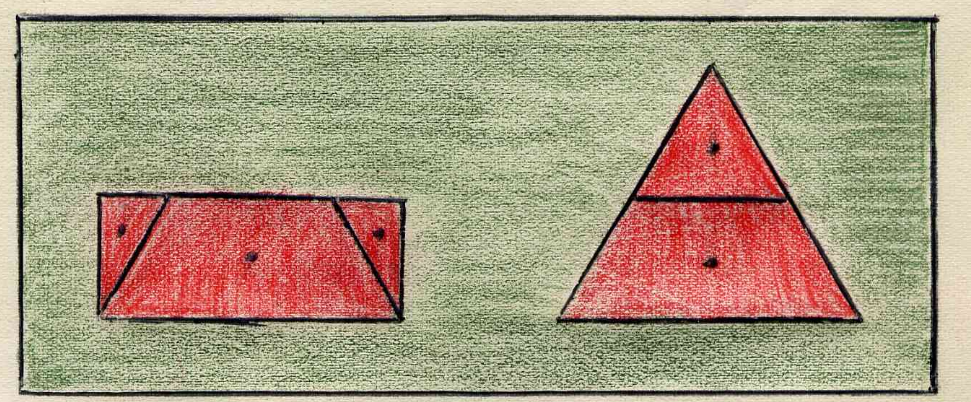
Das Trapez besteht aus Dreicken. In unserem Fall besteht es aus drei Dreiecken.
Wir addieren die obere zur unteren Basis, indem wir die Dreiecke auseinanderschneiden und auf eine Ebene bringen. Außerdem müssen wir die Höhe halbieren. Dann können wir die Fläche berechnen.



Die Formel heißt:

$$\frac{b \times b \times h}{2}$$

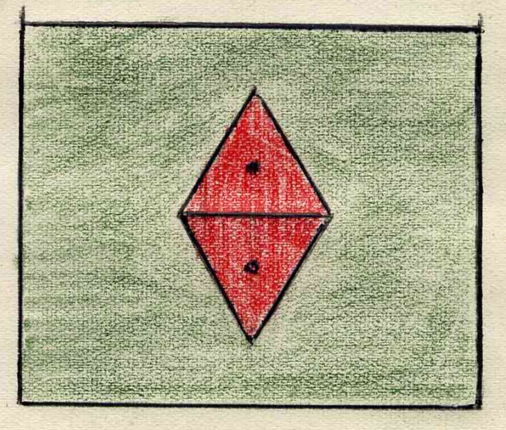
Der gleiche Wert verschieden geformter Figuren wird bewiesen.



Umwandlung des Dreiecks in ein Rechteck

Der Rhombus

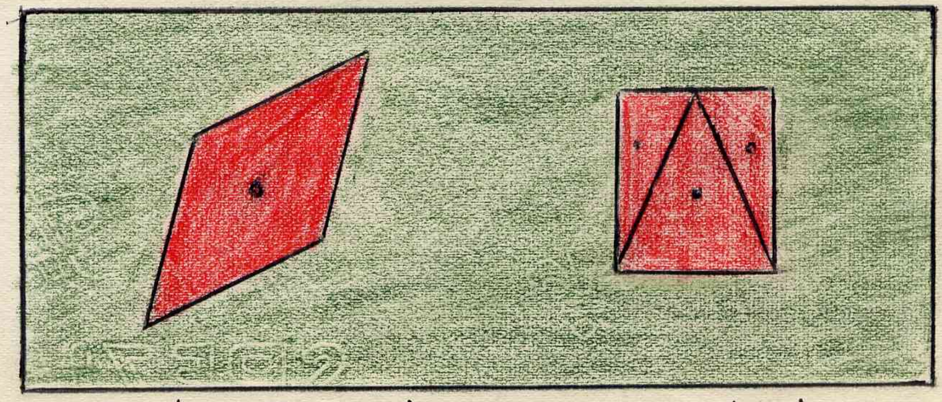
Dreiecke



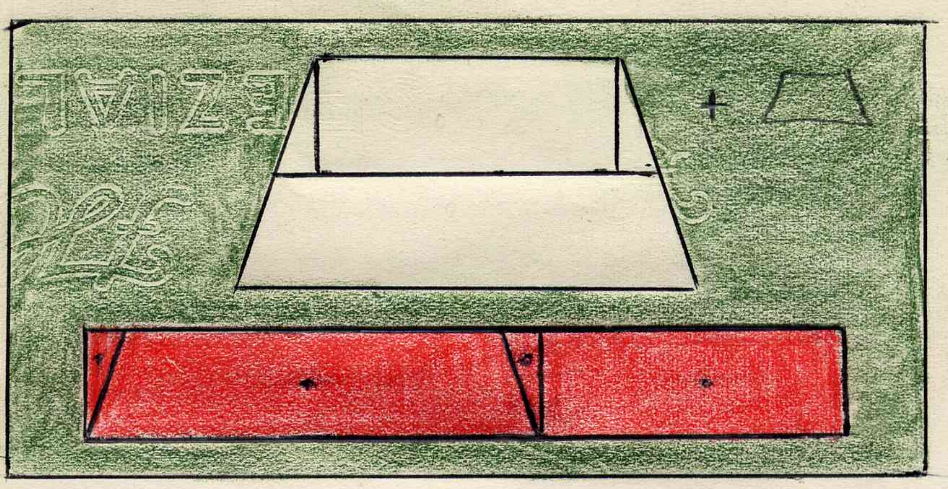
in zwei gleiche

geteilt

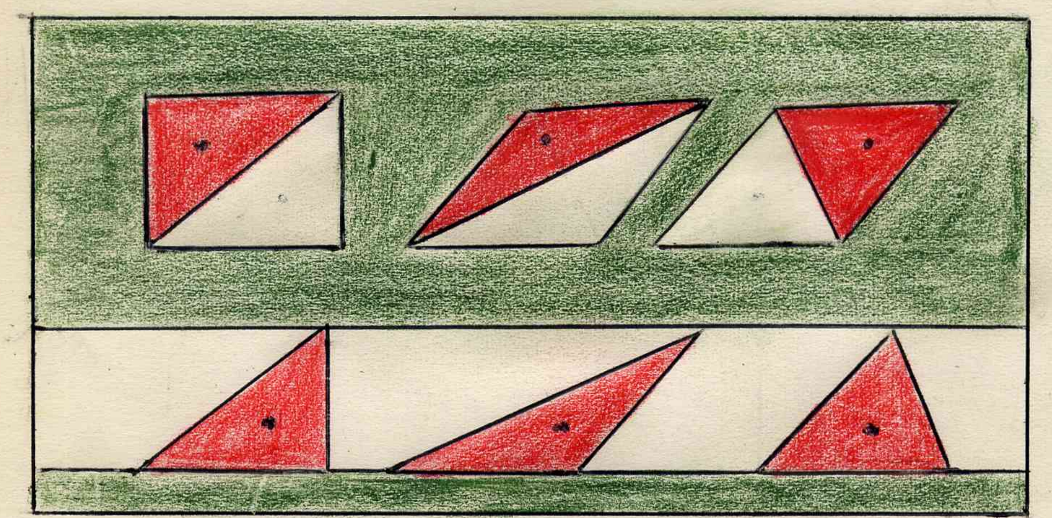
Der Rhombus + das Rechteck sind im Wert gleich.



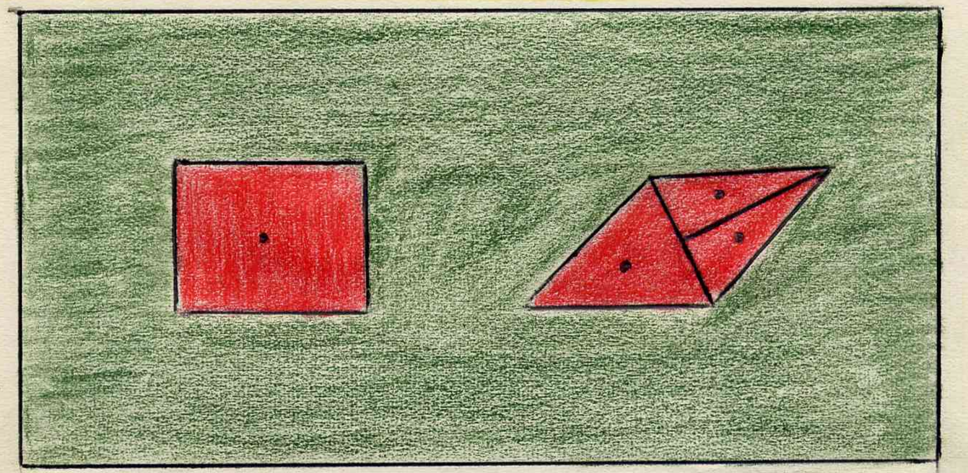
Das Feld des Rhombus kann mit den einzelnen Teilen+ ausgefüllt werden. + des Rechtecks



Das Trapez kann in Rechteck verw. werden



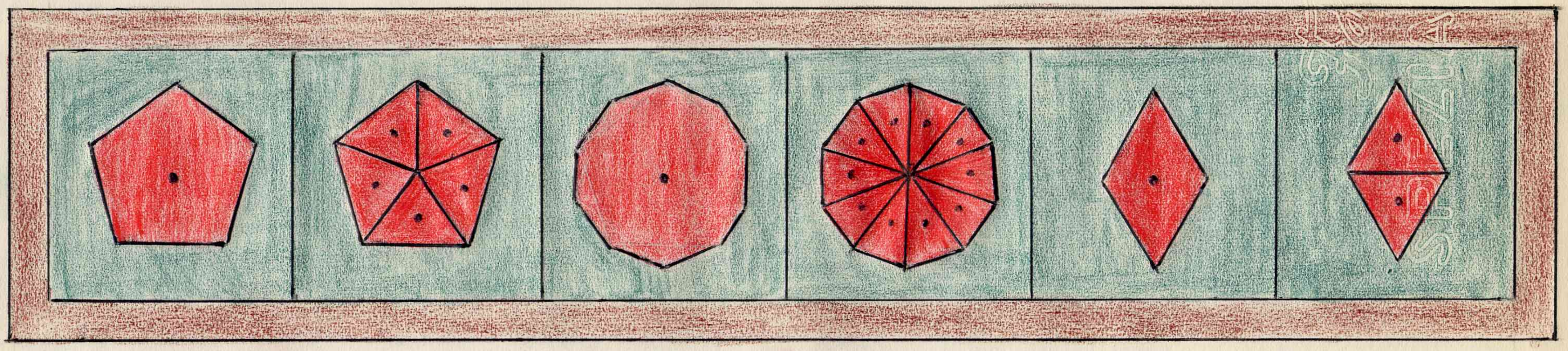
Rhombus im Wert gleich dem Rechteck wurde bewiesen. Die Hälften der beiden Figuren sind eben= falls untereinander gleich.

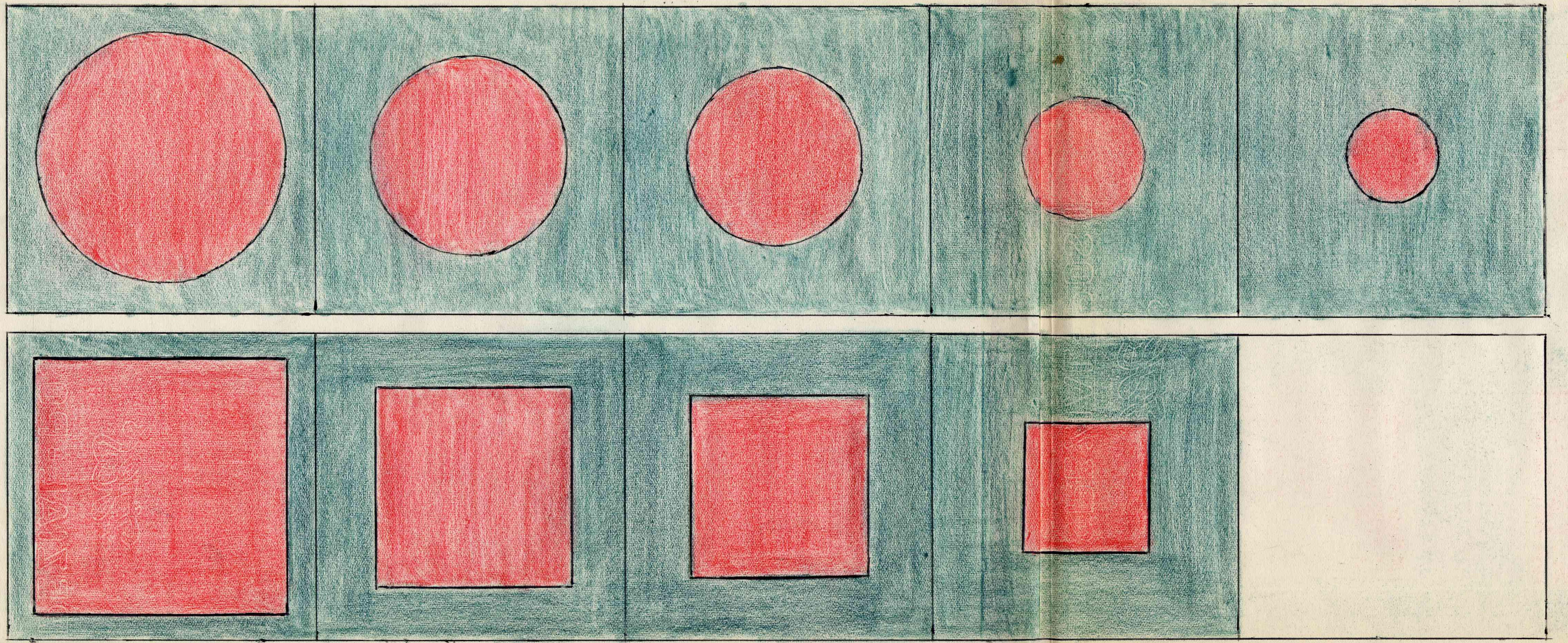


Das Feld des Rechtecks kann mit den einzelnen Teilen des Rhombus ausgefüllt werden.

Fünfeck, Zehneck und Rhombus

als ganze Figur und geteilt zur Flächenberechnung





Kreise und Quadrate

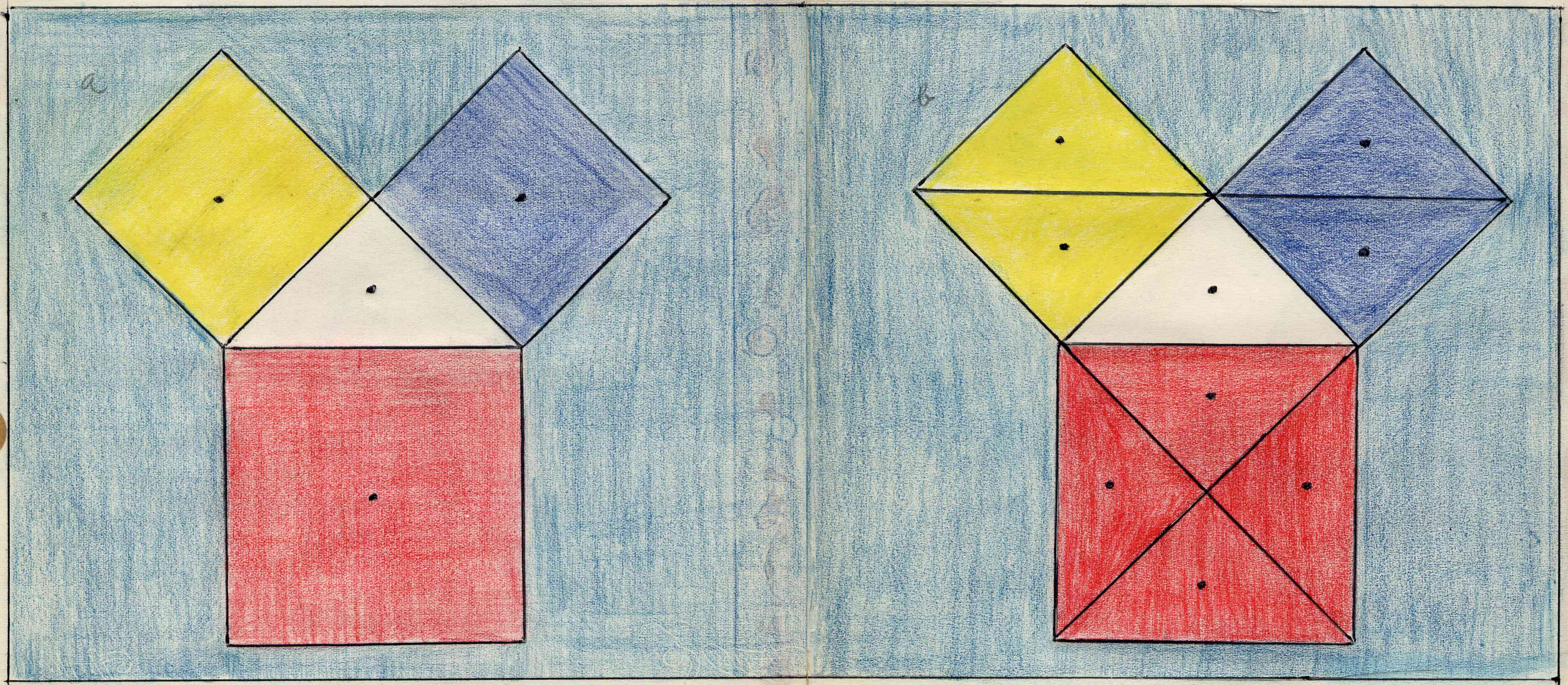
Die Quadrate können jeweils einen Kreis umschreiben.

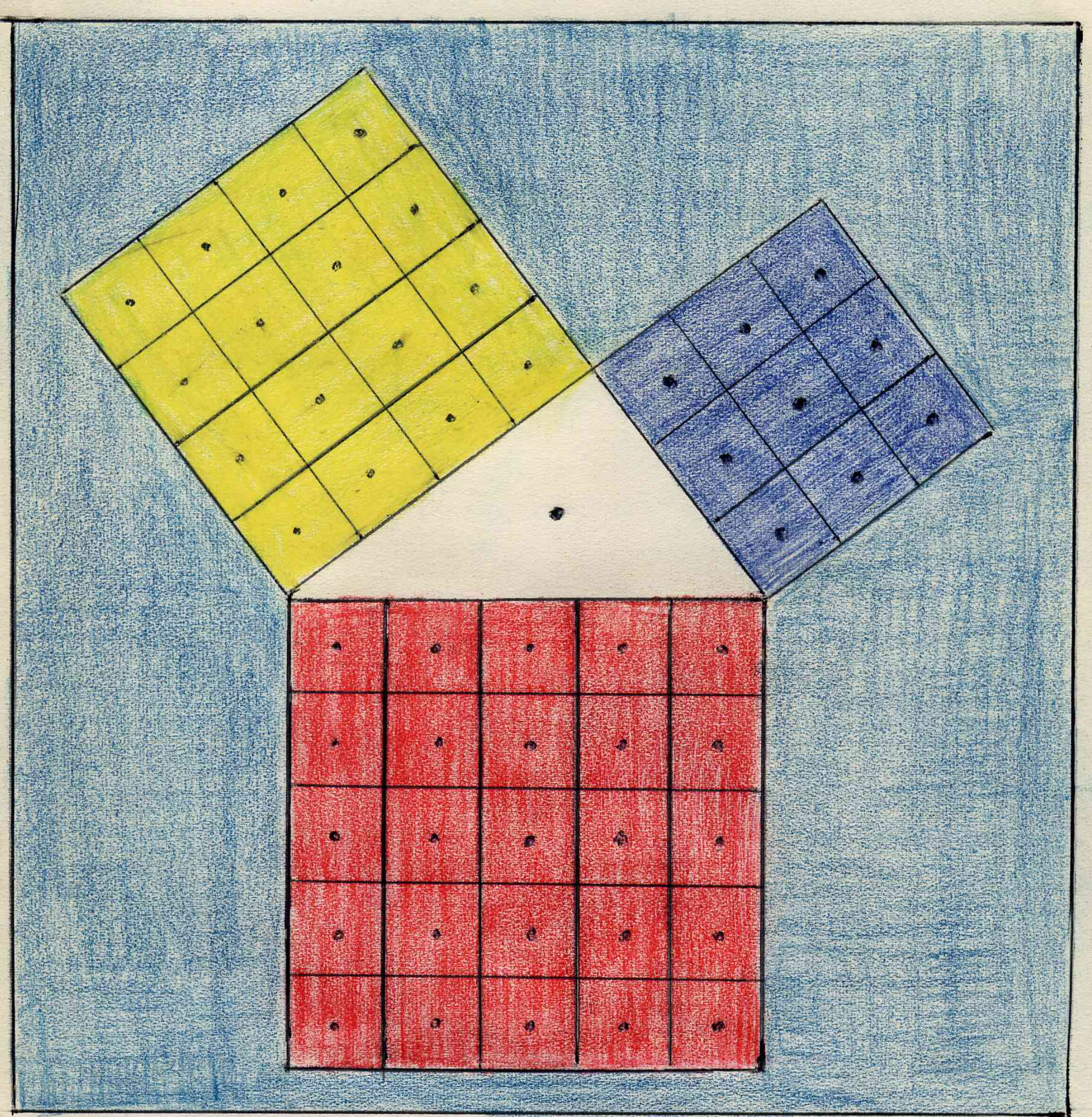
Spiel mit geometrischen Formen
oder
Geometrische Formen als schmückendes Element

Verschieden farbige, geometrische Formen werden zu Mustern gelegt. Besonders geeignet ist Plastik=material.

Lehrsatz des Pythagoras: In einem rechtwinkligen Dreieck ist das Quadrat über der Hypothenuse gleich der Summe der beiden Kathetenquadrate.

Das Material illustriert 3 Fälle





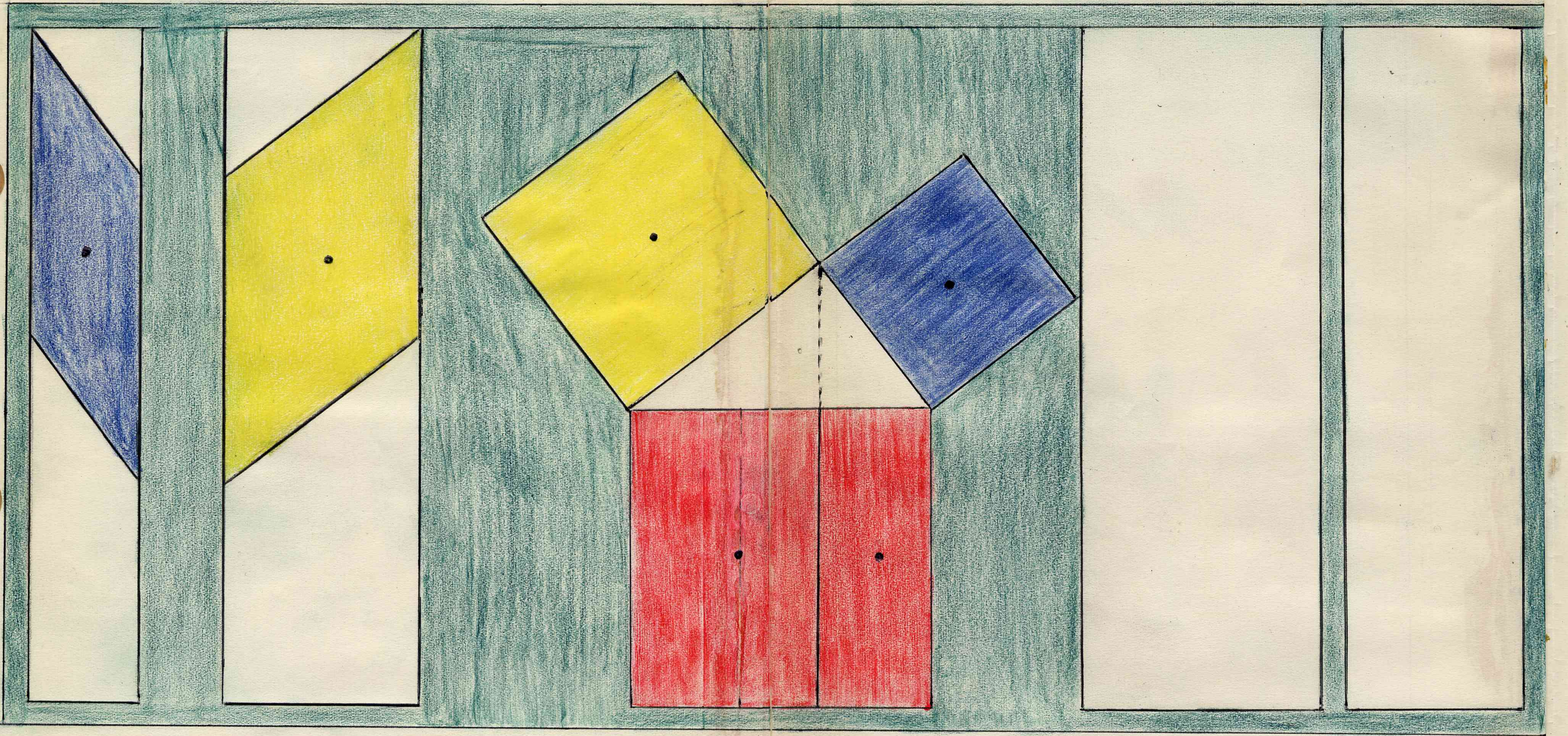
1. Fall: 2 Seiten des rechtwinkligen Dreiecks sind gleich.

In a sind die Quadrate ungeteilt.

In b sind die Kathetenquad. in Halbe und das Hypothenusenquad. in Viertel geteilt. Die entstehenden Dreiecke sind gleich, daher können die Dreiecke der Kathetenquadrate das Ouadrat über der Hypothenuse füllen und umgekehrt.]

2. Fall: Die beiden Katheten sind nicht gleich lang, sondern stehen im Verhältnis von 3 : 4 zueinander. Die kleinen Quadrate der beiden Kathetenquadrate füllen das Hypothenusenqu.

Die bisher gemachten Erfahrungen in Fall 1+2 führen uns zu folgenden Schlußfolgerungen. 1. 2 Vierecke, die gleiche Grundfläche + Höhe haben, sind auch in ihrem Wert gleich. 2. 2 Figuren, die beide einer 3. Figur gleich sind, sind auch untereinander gleich.



3. Fall: Der allgemeine Fall in dem die Seiten der beiden Katheten beliebig lang sein können. Die Verwandlung der Quadrate in Parallelogramme ermöglicht die Beweisführung auf konkreter Basis.

Erklärung zu Fall 3

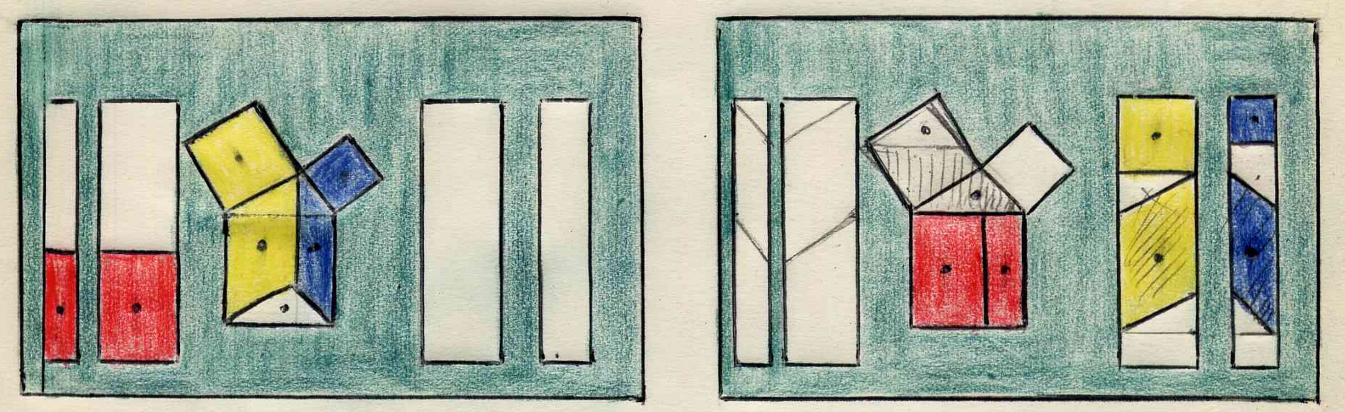
In dieser Figur ist das Quadrat über der Hypothenuse in zwei Rechtecke geteilt. Die Teilung des Quadrates in zwei Rechtecke wird bestimmt durch die Höhe, die wir über der Hypothenuse errichten.

Außerdem befinden sich in diesem Rahmen zwei Parallelogramme, deren eine Seite jeweils mit der einen Seite der Kathetenquadrate übereinstimmt und die zweite Seite stimmt jeweils mit der Seite des Hypothenusenquadrates überein.

Die kürzere Höhe der beiden Parallelogramme korrespondiert, wie man leicht sehen kann, mit der kürzeren Seite der beiden Rechtecke. Die kürzere Seite jedoch korrespondiert jeweils mit den Seiten der Kathetenquadrate.

Es ist nicht notwendig, daß diese übereinstimmenden Größen dem Kind bewußt sind. Es kann sich an den Farben orientieren. Die gleichen Farben weisen auf den gleichen Wert hin. Das Kind bewegt die einzelnen Quadrate und Rechtecke hin und her und fügt sie in die an den Seiten angebrachten Vertiefungen. Die beweglichen Figuren passen genau in diese Vertiefungen hinein und es ist diese Tatsache, die dem Kind die Möglchkeit gibt, Schlüsse über die Gleichwertigkeit zu ziehen und einen Lehrsatz aufzustellen. Es ist nicht die abstrakte Vorstellung der im bestimmten Verhältnis stehenden Höhen und Längen, die das Kind zur Erkenntnis der Gleichwertigkeit führt.

Hier noch einige Beispiele für die verschiedenen Möglichkeiten, die Figuren anzuordnen.



Erklärung zu Fall 3

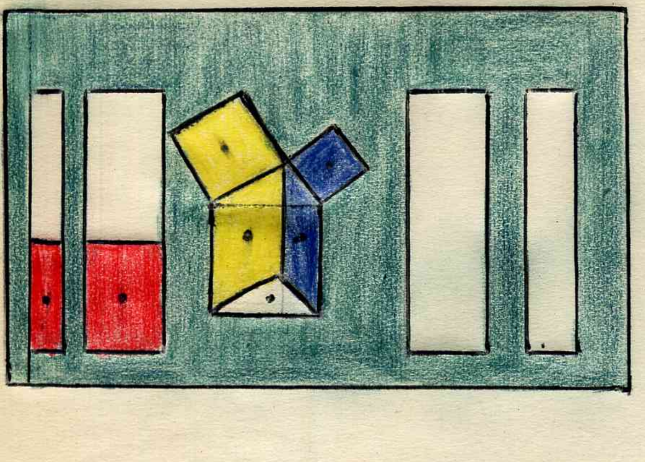
In dieser Figur ist das Quadrat über der Hypothenuse in zwei Rechtecke geteilt. Die Teilung des Quadrates in zwei Rechtecke wird bestimmt durch die Höhe, die wir über der Hypothenuse errichten.

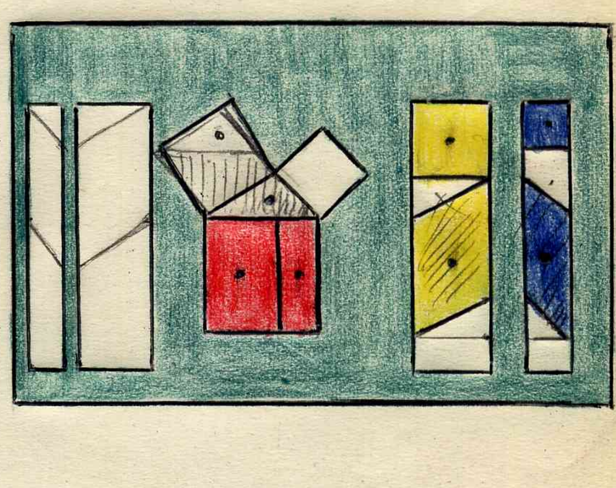
Außerdem befinden sich in diesem Rahmen zwei Parallelogramme, deren eine Seite jeweils mit der einen Seite der Kathetenquadrate übereinstimmt und die zweite Seite stimmt jeweils mit der Seite des Hypothenusenquadrates überein.

Die kürzere Höhe der beiden Parallelogramme korrespondiert, wie man leicht sehen kann, mit der kürzeren Seite der beiden Rechtecke. Die kürzere Seite jedoch korrespondiert jeweils mit den Seiten der Kathetenquadrate.

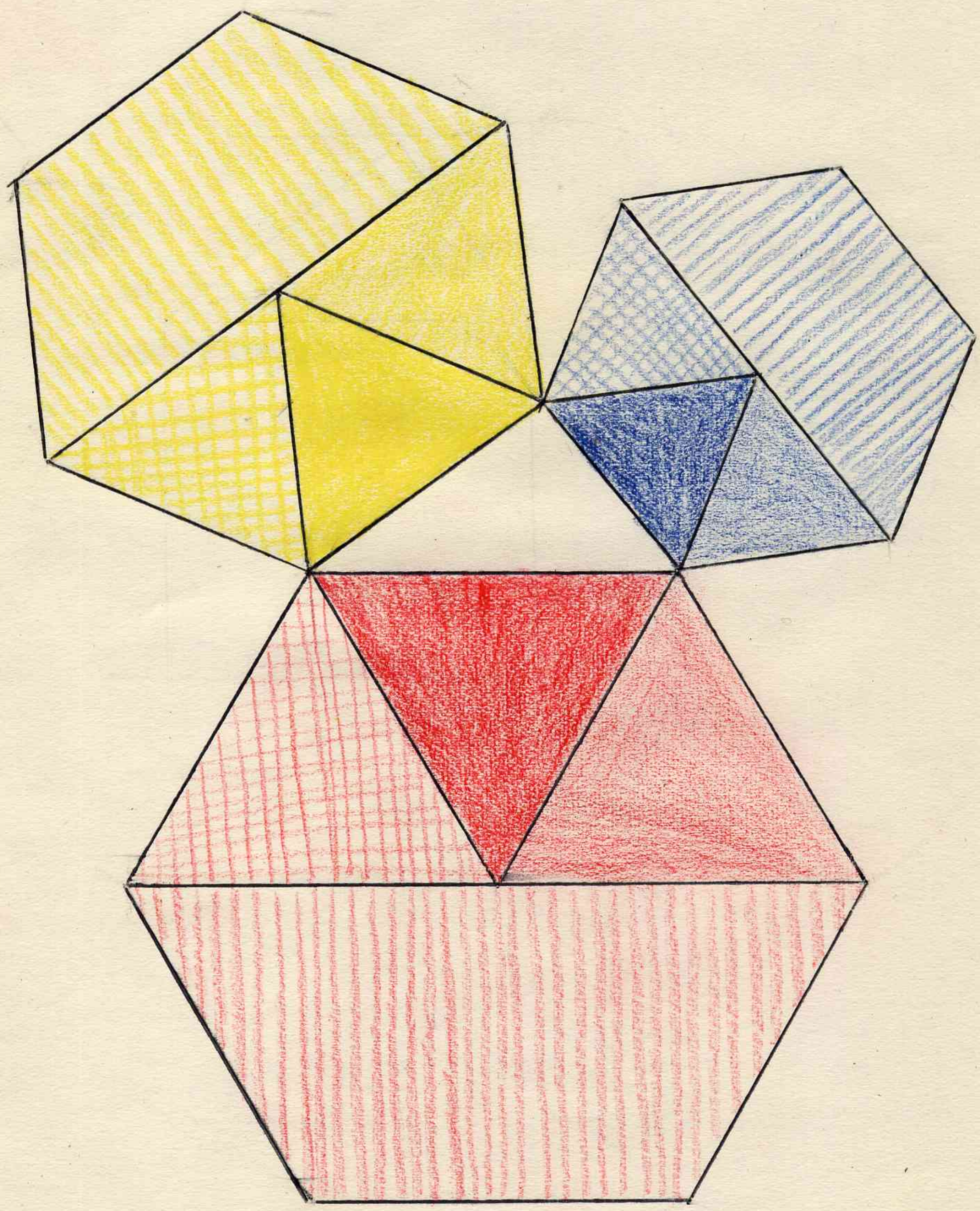
Es ist nicht notwendig, daß diese übereinstimmenden Größen dem Kind bewußt sind. Es kann sich an den Farben orientieren. Die gleichen Farben weisen auf den gleichen Wert hin. Das Kind bewegt die einzelnen Quadrate und Rechtecke hin und her und fügt sie in die an den Seiten angebrachten Vertiefungen. Die beweglichen Figuren passen genau in diese Vertiefungen hinein und es ist diese Tatsache, die dem Kind die Möglchkeit gibt, Schlüsse über die Gleichwertigkeit zu ziehen und einen Lehrsatz aufzustellen. Es ist nicht die abstrakte Vorstellung der im bestimmten Verhältnis stehenden Höhen und Längen, die das Kind zur Erkenntnis der Gleichwertigkeit führt.

Hier noch einige Beispiele für die verschiedenen Möglichkeiten, die Figuren anzuordnen.

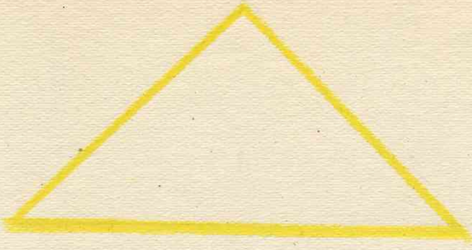




Der Lehrsatz des Pythagoras ist nicht nur auf Quadrate anwendbar, sondern auf jede regelmäßige Figur.

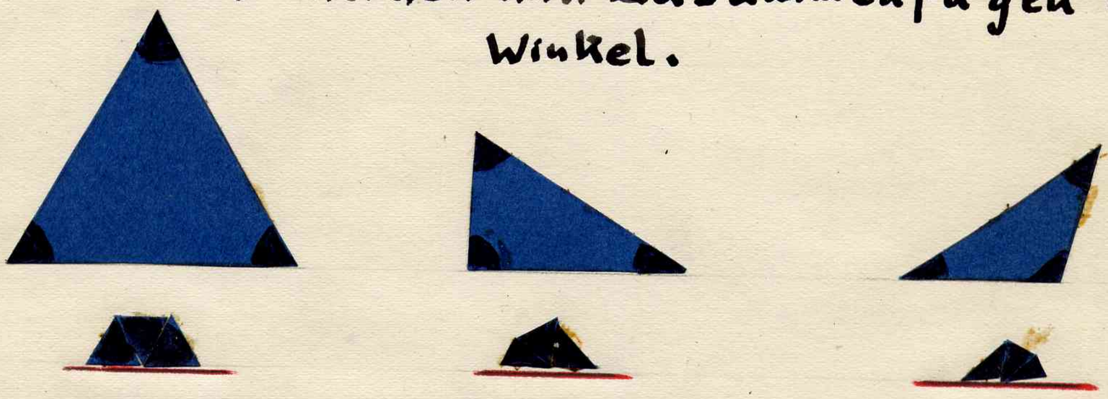


Gleichseitiges Dreieck, Rhombus, Trapez, Sechseck dienen hier als Beispiel

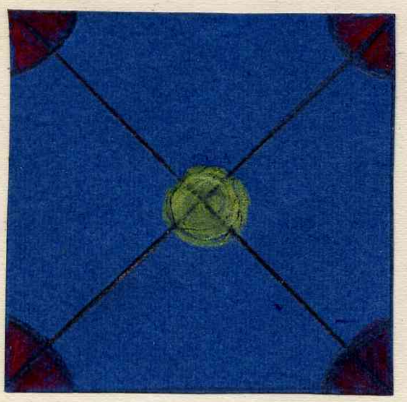


Die Winkel in einem Dreieck betragen zusammen 180°.

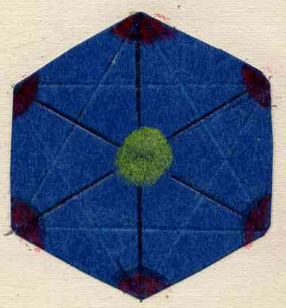
Der konkrete Beweis kann erbracht werden durch Abschneiden und Zusammenfügen der Winkel.



Die Winkel werden in einem Viereck addiert + die Summe durch 2 geteilt. Wir erhalten dann 180°



$4 \times 90° = 360 : 2 = 180$



$6 \times 60° = 360 : 2 = 180°$

$6 \times 120° = 720 : 2 = 360 : 2 = 180°$