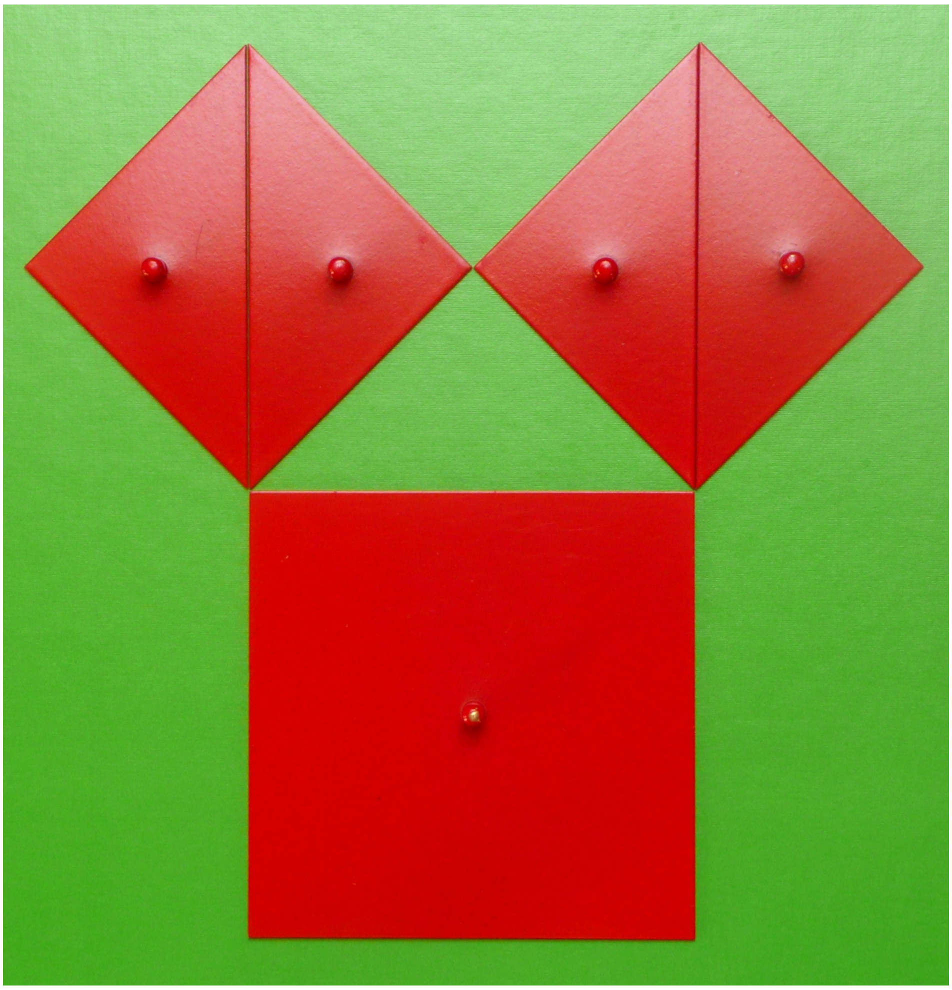
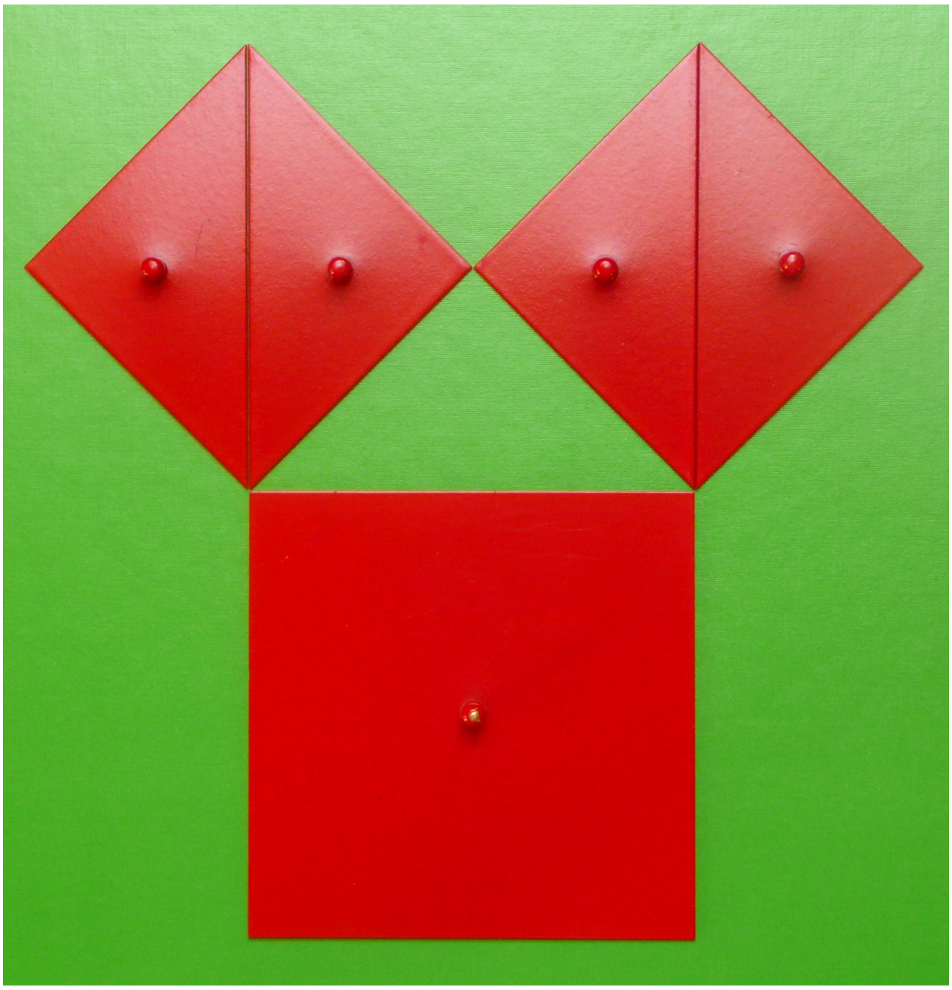
Thales & Der Satz des Pythagoras

# Thales & Der Satz des Pythagoras



Markus Wurster

# Thales & Der Satz des Pythagoras



Markus Wurster

2014

## Inhalt



**Impressum**
Thales & Der Satz des Pythagoras
Markus Wurster © 2014
www.markuswurster.de

# 1.

# Der Thaleskreis

## 1.1 Experimente mit Linien

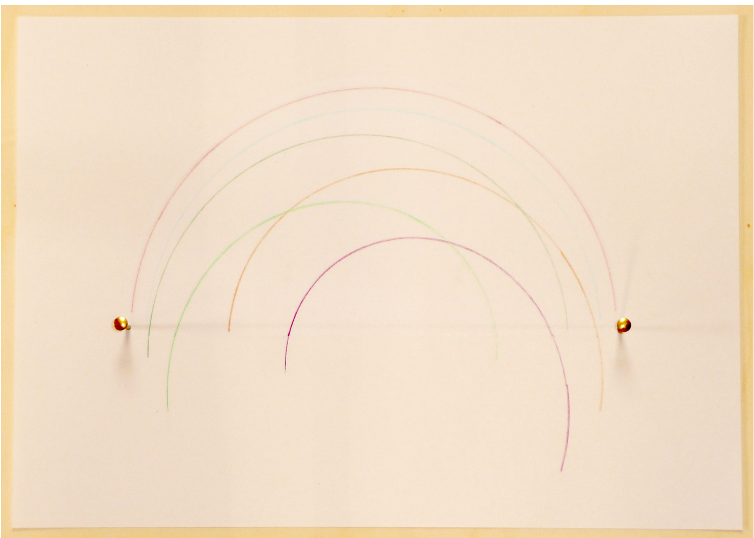
Nimm das Pythagoras-Brett.

Lege ein Blatt Papier auf das Brett – so, dass der aufgeklebte Halbkreis ganz abgedeckt ist.
Stecke links und rechts von der schwarzen Linie einen Nagel durch das Papier in das Loch im Brett.

Nimm dir das Quadrat aus Pappe.
Tue jetzt so, als wolltest du mit dem Quadrat durch die Lücke – schiebe und drehe es hin und her, aber achte darauf, dass immer zwei Seiten des Quadrats sich an den Nägeln reiben.

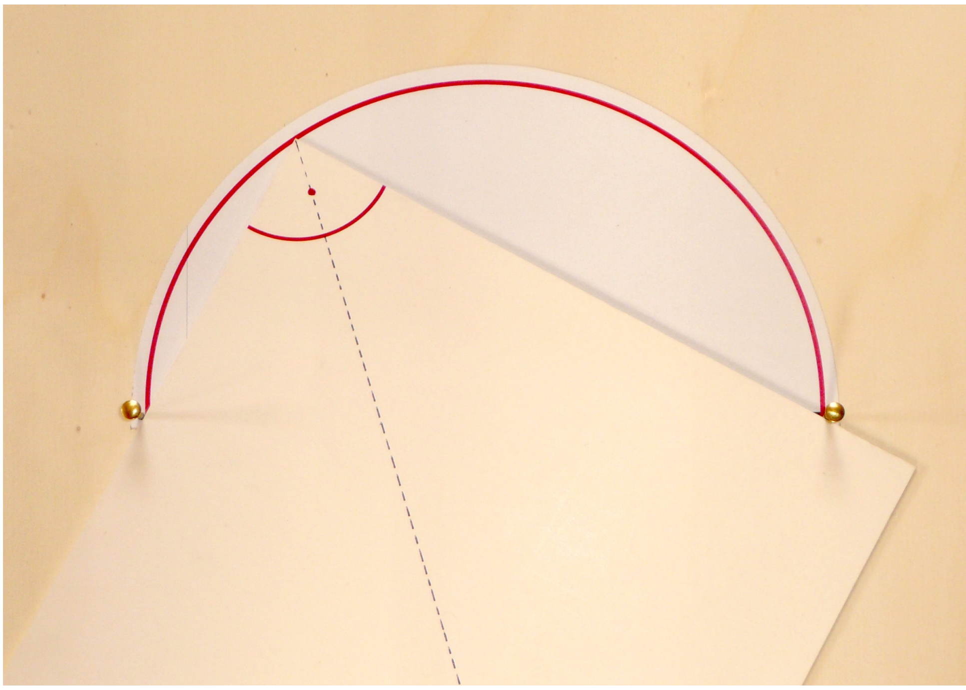
Stecke einen Farbstift in eines der Löcher in dem Quadrat. Zeichne die Bahnen. Welche Formen entstehen?

Achte besonders auf die Bahn mit einem Stift in dem Loch an der Spitze des Quadrats. Was fällt dir auf?



## 1.2 Die Bahn des rechten Winkels

Entferne nun dein Papier und schiebe die Ecke des Quadrats wieder zwischen den Nägeln hin und her. Was stellst du fest?



Egal wie wir das Quadrat hin und her schieben – der Teil, der zwischen die Nägel passt, ist immer ein rechtwinkliges Dreieck.

Egal wie wir dieses Dreieck hin und her schieben – die Spitze des rechten Winkels bewegt sich genau auf einer Kreislinie.

## 1.3 Der Thaleskreis

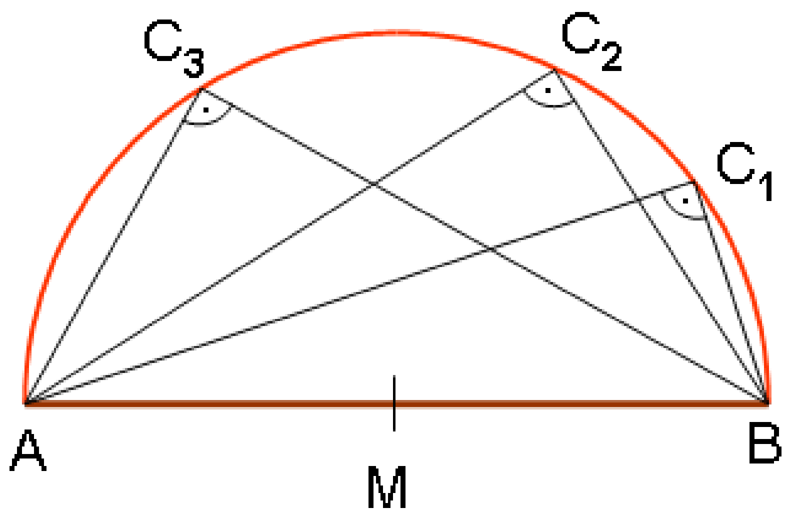
Der griechische Philosoph Thales hat diese Beobachtung gemacht und einen umgekehrten Schluss daraus gezogen:

***Lehrsatz:***

> ***»Jedes Dreieck, das man in einem Halbkreis zeichnet, hat einen rechten Winkel.«***

→ ***Probiere es aus:***

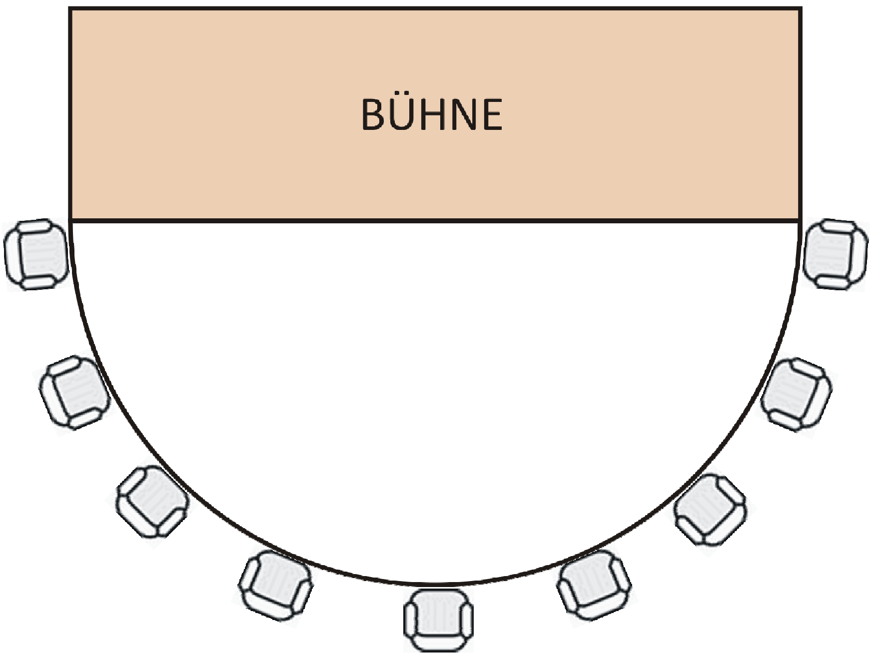
Zeichne eine Linie und darüber einen Halbkreis.
Zeichne beliebige Dreiecke in diesen Halbkreis.
Miss den Winkel an der Kreislinie.



## 1.4 Das Thales-Phänomen

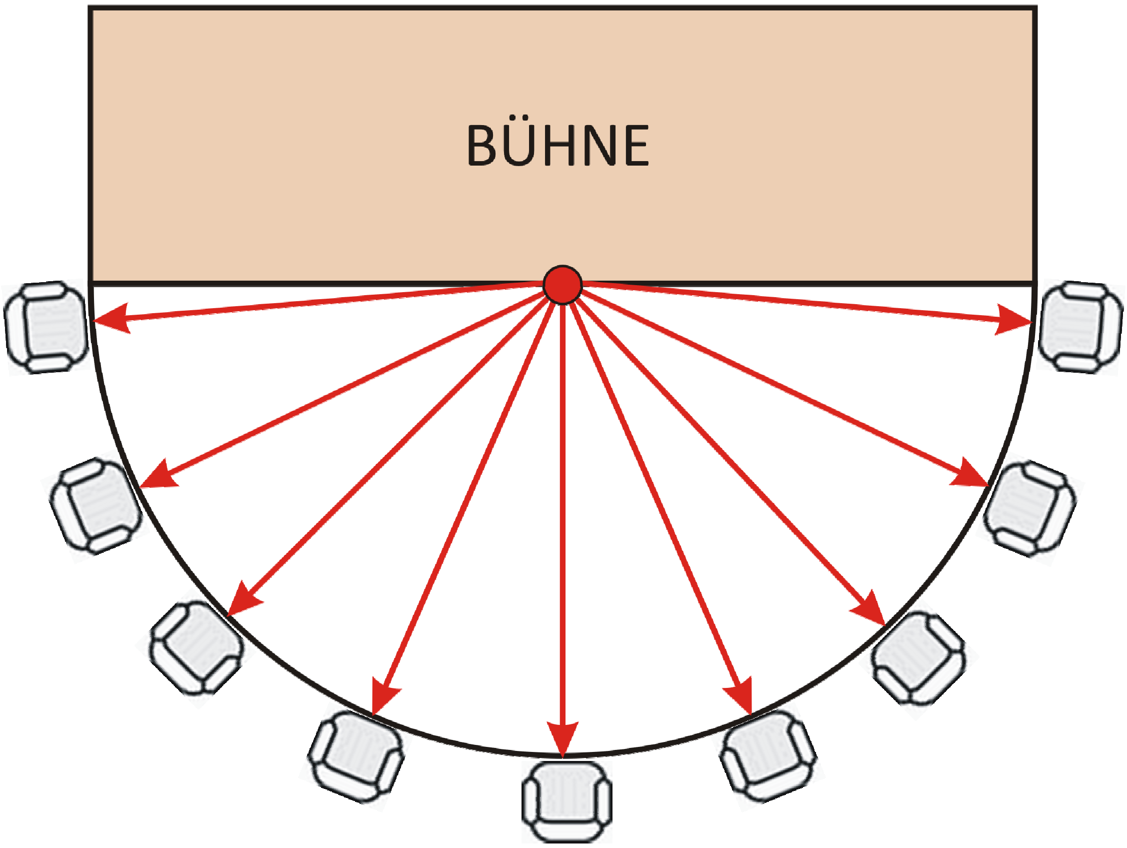
Vor 2000 Jahren haben die Baumeister die Theater- und Konzertbühnen so gebaut, dass die Zuschauer im Halbkreis vor der Bühne saßen.

***Warum im Halbkreis?***
***Ist diese Anordnung sinnvoll?***
***Sind alle Plätze gleich gut?***



Ein Vorteil ist ganz einfach zu erkennen:

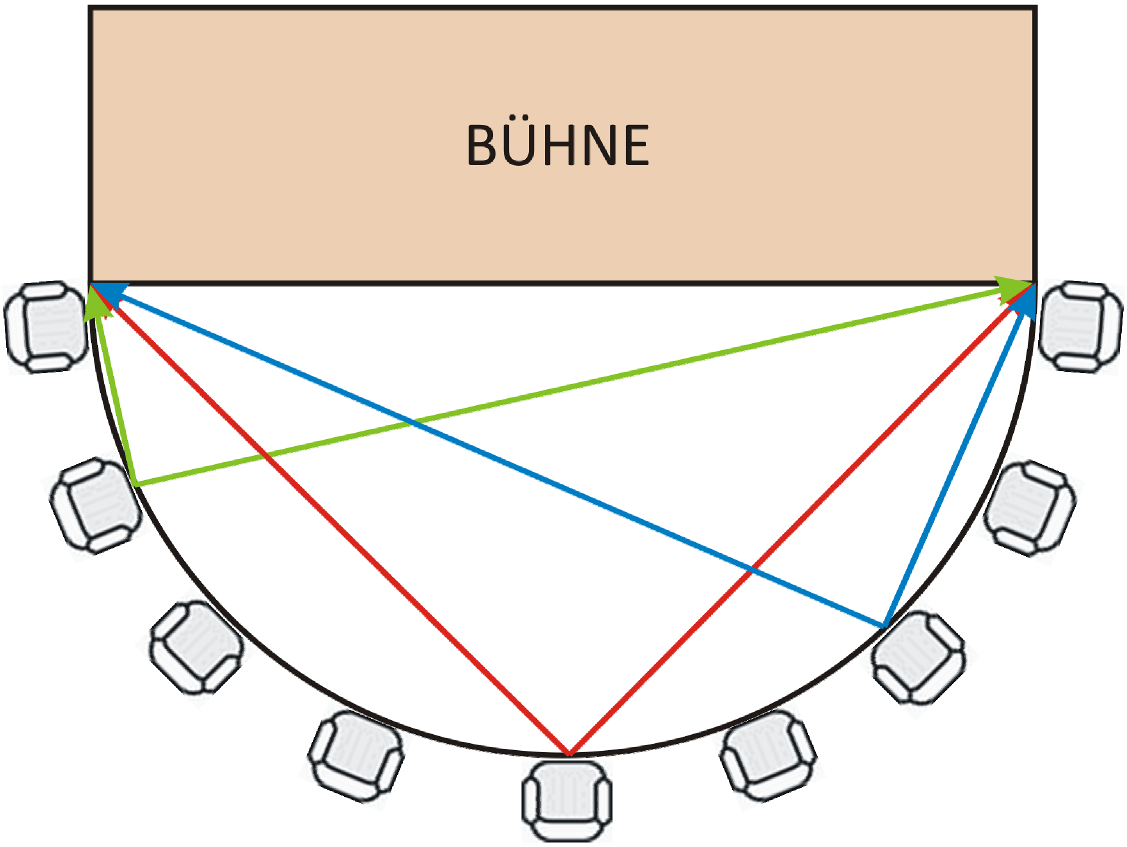
Alle Sitzplätze sind gleich weit vom Mittelpunkt der Bühne entfernt.




***Aber wie ist es mit der Sicht auf die Bühne?***

***Welche Zuschauer müssen den Kopf am wenigsten drehen, wenn sie die ganze Bühne vom linken bis zum rechten Rand betrachten wollen?***

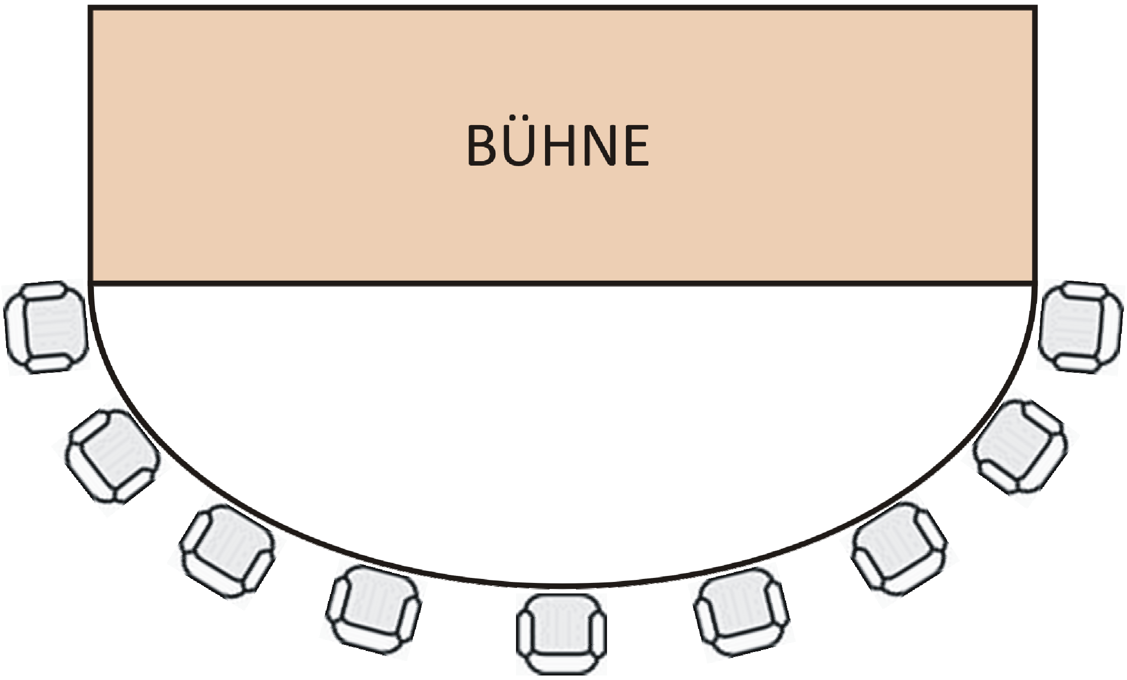
→ ***Untersuche die Sichtwinkel der verschiedenen Plätze.***
***Was stellst du fest?***

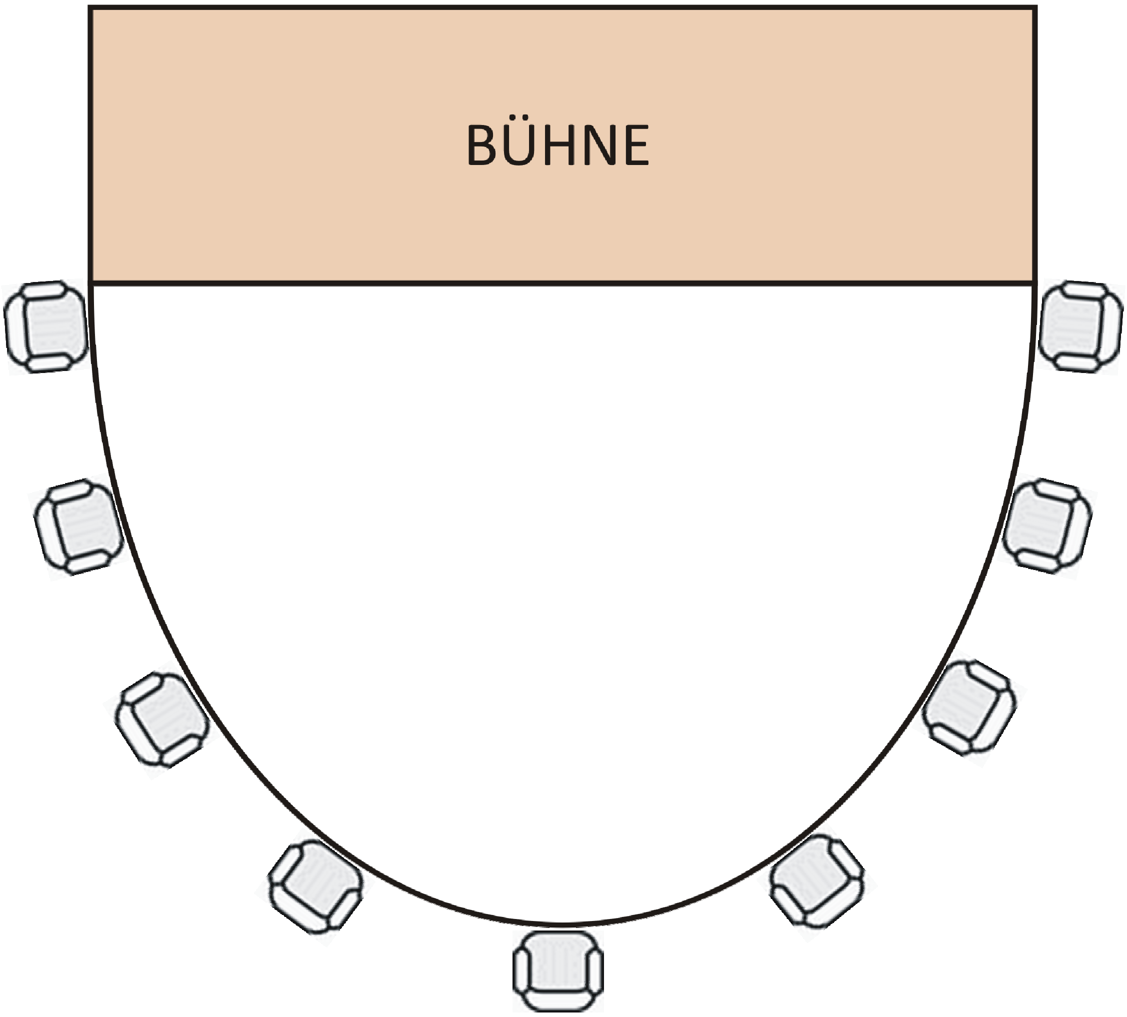



→ ***Was hat das mit dem Thales-Kreis zu tun?***

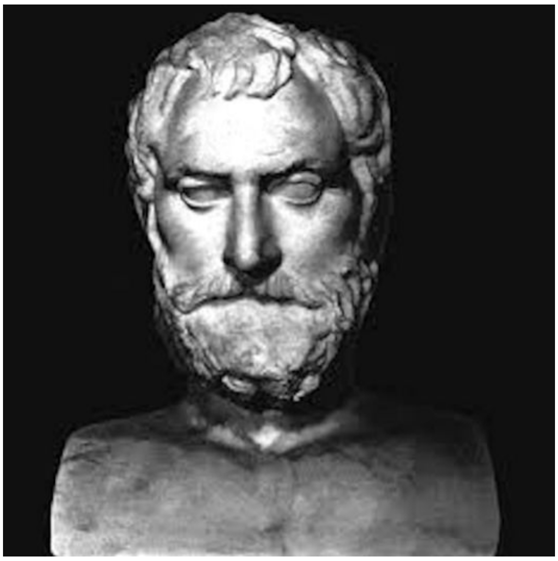
→ ***Experimentiere mit anderen Anordnungen für die Zuschauer.***
***Kopiere die folgende Seite und zeichne die Sichtwinkel ein.***
***Was stellst du fest?***

**(Kopiervorlage)**



## 1.5 Wer war Thales von Milet?



Ob Thales wirklich so aussah, wissen wir nicht. Bildhauer-Künstler haben sich in viel späterer Zeit versucht vorzustellen, wie Thales ausgesehen haben könnte.

Thales lebte vor 2600 Jahren in dem griechischen Ort Milet. Er wurde später zu den „sieben Weisen“ gezählt – das sind Staatsmänner und Philosophen, die als Vorbilder für Weisheit galten. Man bezeichnet Thales auch als den ersten Philosophen, weil als erster bekannter Denker versuchte, die Erscheinungen der Natur „rational“ statt „mythologisch“ zu erklären.

Thales versuchte zum Beispiel herauszufinden, wie eine Sonnenfinsternis entsteht oder warum der Nil jedes Jahr von Hochwasser überschwemmt wird. Nicht immer hatte Thales mit seinen Überlegungen recht. Aber er war der erste Naturwissenschaftler, dessen Theorien man überprüfen und verändern konnte, wenn es neue Erkenntnisse gab.

Leider sind die Schriften von Thales schon seit langer Zeit verloren gegangen. Wir wissen deshalb nicht genau, womit sich Thales beschäftigt hatte. Aber vermutlich ist der Satz von den rechtwinkligen Dreiecken im Halbkreis tatsächlich von ihm.

# 2.

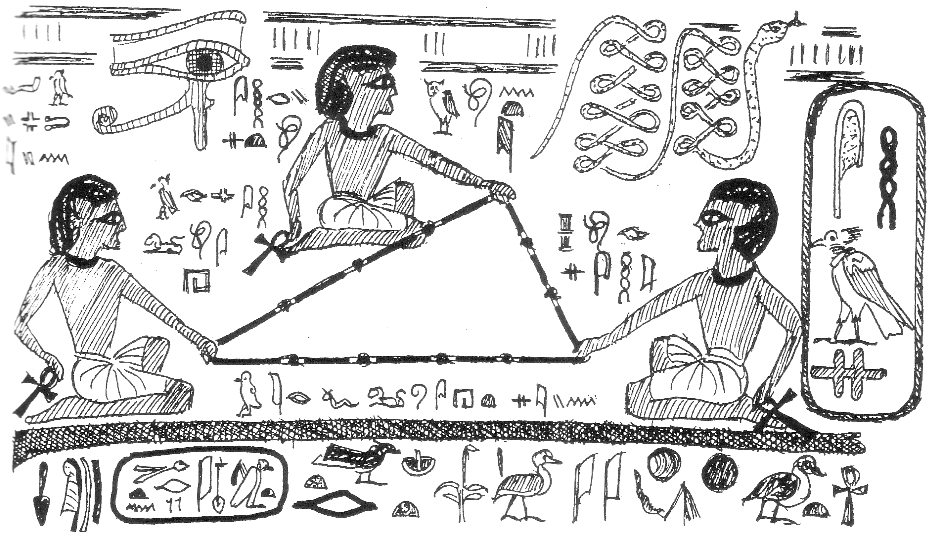
# Der Satz des Pythagoras

## 2.1 Der rechte Winkel in der Geschichte der Bauleute und Architekten

Die Ägypter kannten schon vor etwa drei- bis fünftausend Jahren eine Methode, wie man einen rechten Winkel erhalten kann. Die Fachleute, die diese Aufgabe übernahmen, nannte man „Seilspanner“. Das griechische Wort dafür heißt „Harpedonapten“. Die Seilspanner verwendeten ein langes Seil, das an den Enden zusammengeknotet war. Außerdem hatte es in immer gleichen Abständen weitere 11 Knoten. So war der Seilring in 12 gleiche Abschnitte unterteilt.

Willst du es ausprobieren?

- Ihr müsst zu dritt arbeiten. Jedes Kind hält das Seil an einem Knoten fest und spannt dann das Seil. Jetzt entsteht ein Dreieck, nicht wahr?
- Wenn ihr den richtigen Knoten haltet, bekommt ihr ein Dreieck mit einem genau rechten Winkel. Probiert es aus und findet heraus, welche Knoten es sein müssen.
- Wie viele Abschnitte misst jede Seite dieses rechtwinkligen Dreiecks?



Eine verblüffende Methode, oder?
Aber natürlich erhalten wir so nur einen rechten Winkel des neuen Feldes. Wie groß das Feld werden soll, ist damit noch nicht festgelegt. Man kann jedoch die Seiten (Schenkel) des rechten Winkels einfach bis zu der gewünschten Größe verlängern. Am Ende dieser Linie halten wir einen Knoten fest und die beiden Kollegen spannen das Seil wieder zu einem rechtwinkligen Dreieck...

- Konstruiert auf dem Schulhof große Rechtecke. Zeichnet die Linien mit Kreide auf den Boden.
- Stellt euch zuerst ein eigenes Knotenseil mit Hilfe der Vorrichtung her.

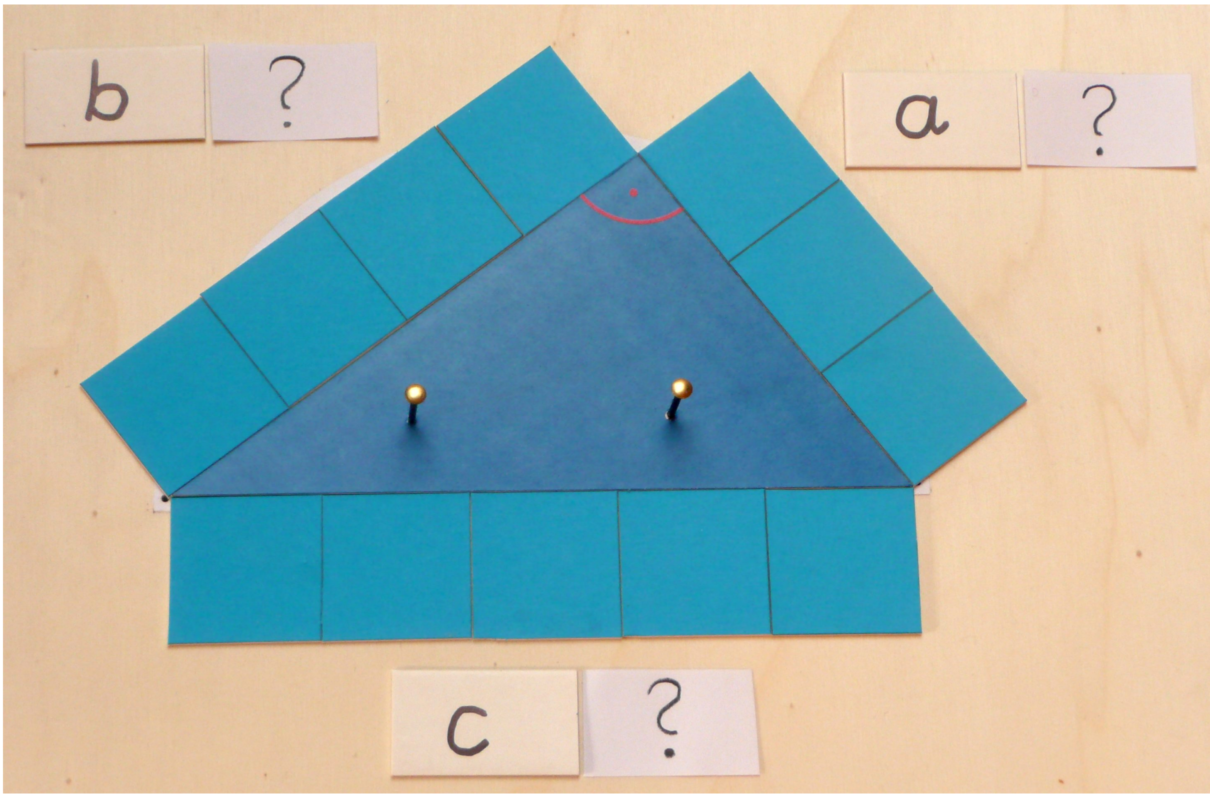
Seilspanner war im alten Ägypten ein sehr wichtiger und angesehener Beruf. Die Harpedonapten bildeten eine eigene Zunft – sie gehörten zur Priesterschaft. Mit ihrer Methode konnten sie die landwirtschaftlichen Felder neu abstecken, nachdem die Abgrenzungen vom jährlichen Hochwasser des Nils zerstört waren. Auch beim Bau der großen Bauwerke wie den Pyramiden brauchte man diese Vermessungsspezialisten. Das Vermessen von Land begann mit den Seilspannern.

## 2.2 Ein rechtwinkliges Dreieck

Nimm das Pythagoras-Brett.

Nimm das blaue rechtwinklige Dreieck und pinne es auf dem Brett mit den Nägeln fest.

Lege an alle drei Seiten des Dreiecks die blauen Maßquadrate an.

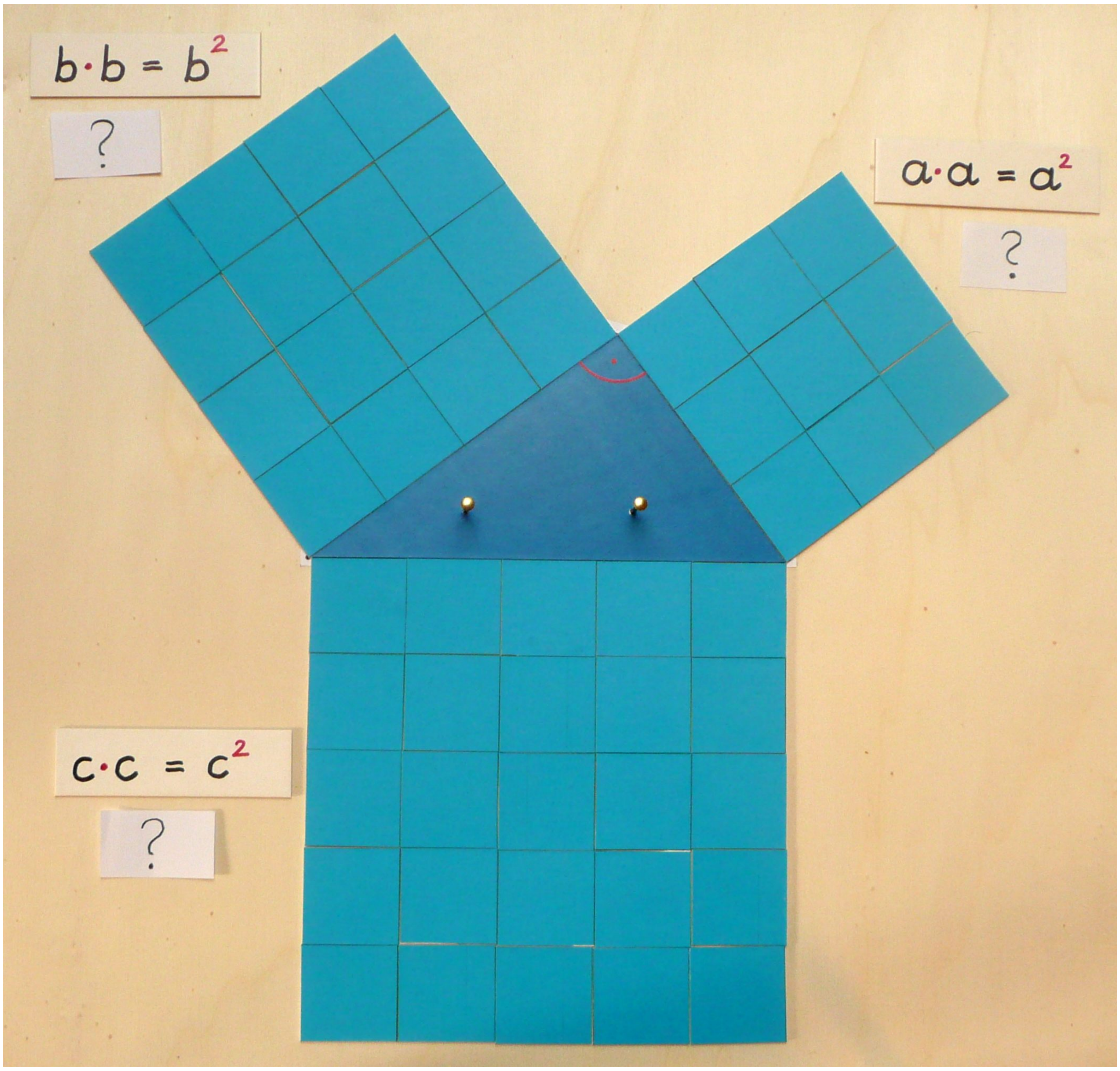



→ ***Wie lang sind die Seiten des Dreiecks? (Lege die Kärtchen dazu.)***

## 2.3 Die Flächen am rechtwinkligen Dreieck

Ergänze nun die Seitenstreifen an allen drei Seiten zu einem Quadrat.

→ ***Wie groß sind die drei Quadrate? (Lege die Kärtchen dazu.)***




→ ***Vergleiche die beiden kleinen Quadrate mit dem größten Quadrat. Was stellst du fest? (Lege die Kärtchen dazu.)***

## 2.4 Der Satz des Pythagoras

Der griechische Philosoph und Mathematiker Pythagoras hat den Lehrsatz entdeckt:

***Bei einem rechtwinkligen Dreieck gilt:***

***»Das Quadrat über der langen Seite ist genauso groß wie die beiden Quadrate über den kurzen Dreieckseiten zusammen.«***

$$a^2 + b^2 = c^2$$

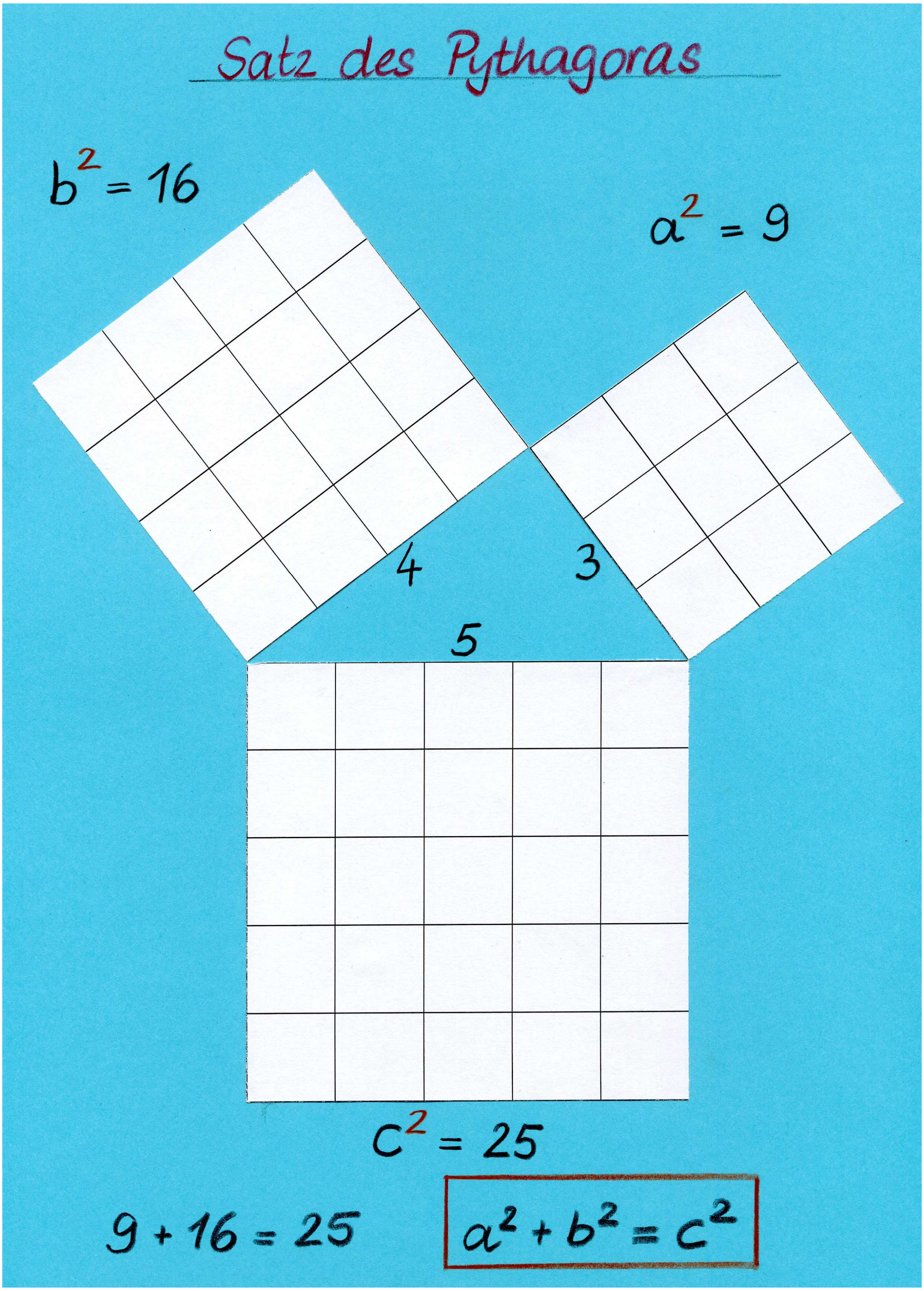
→ ***Überprüfe den Satz des Pythagoras mit dem gelben und dem grünen rechtwinkligen Dreieck.***

Lege wieder zuerst die kleinen farbigen Maßquadrate an die Seitenlinien.
Verwende für die Quadrate über den Seitenlinien die vorbereiteten Streifen. So musst du nicht so viele Plättchen auslegen.

→ ***Gestalte eigene Papierarbeiten zum Satz des Pythagoras.***
Verwende dazu Karopapier (Kopiervorlage).
Beschrifte die Klebearbeit.

(Beispiele auf den folgenden Seiten.)

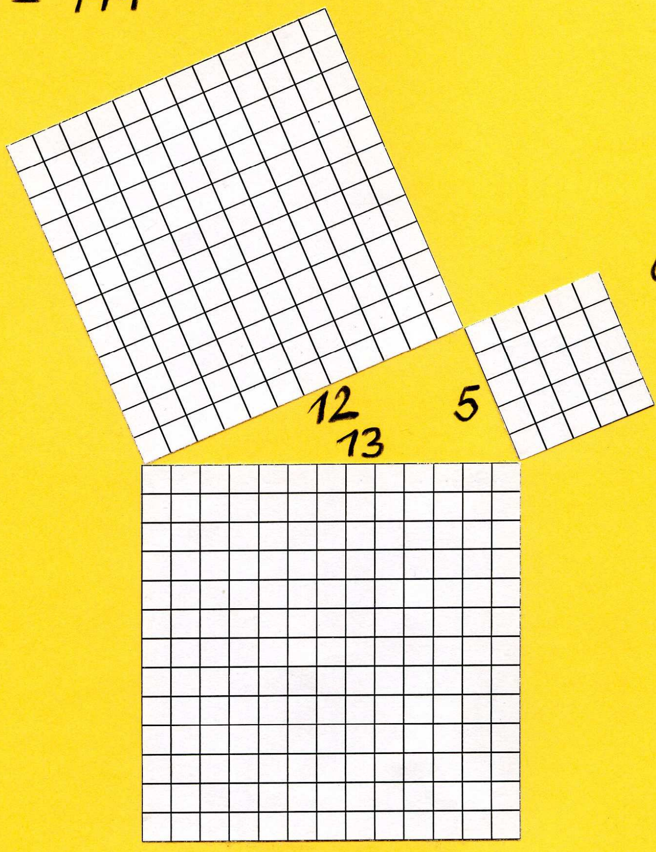
## 2.5 Beispiele mit Karopapier



# Satz des Pythagoras

$b^2 = 144$

$a^2 = 25$

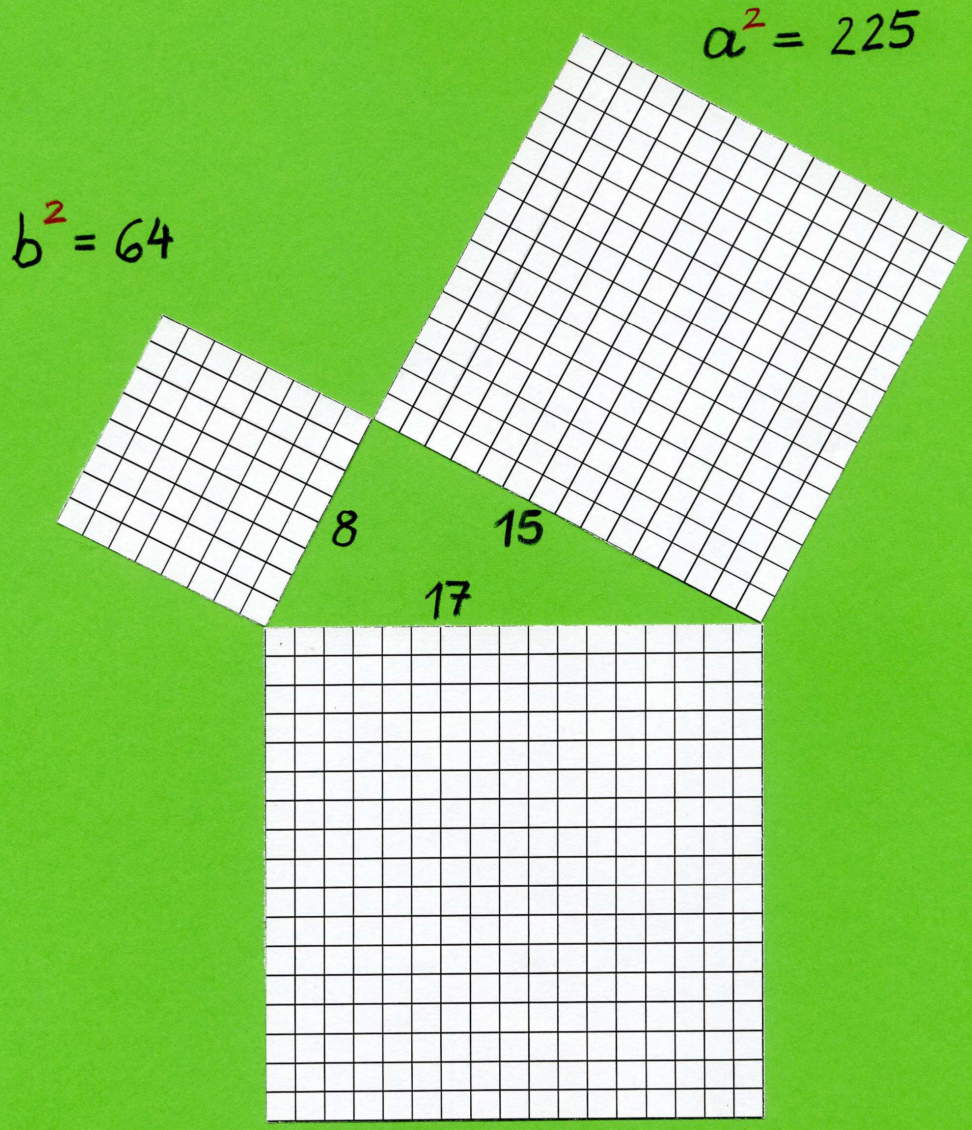



$c^2 = 169$

$25 + 144 = 169$

$$\boxed{a^2 + b^2 = c^2}$$

# Satz des Pythagoras




$c^2 = 289$

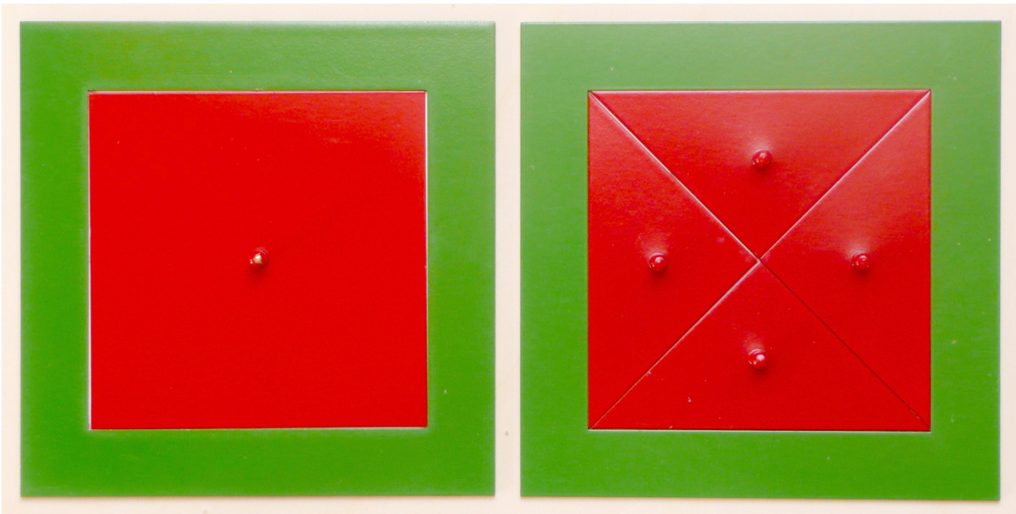
$225 + 64 = 289$

$$\boxed{a^2 + b^2 = c^2}$$

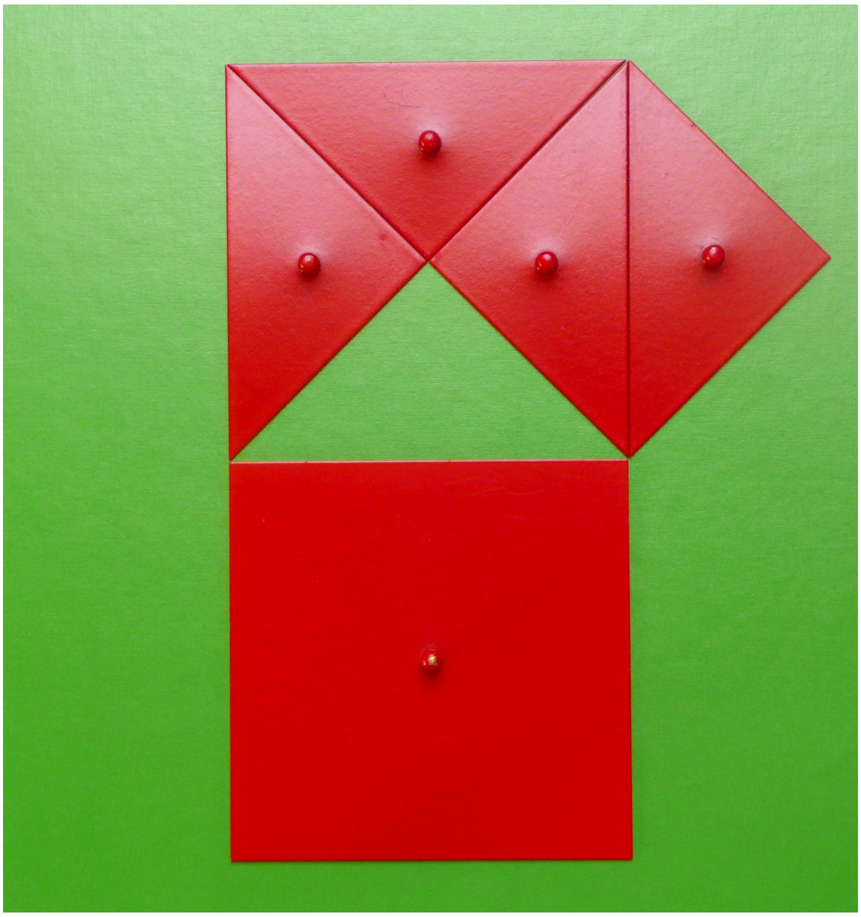
## 2.6 Der Beweis (gleichschenkliges Dreieck)

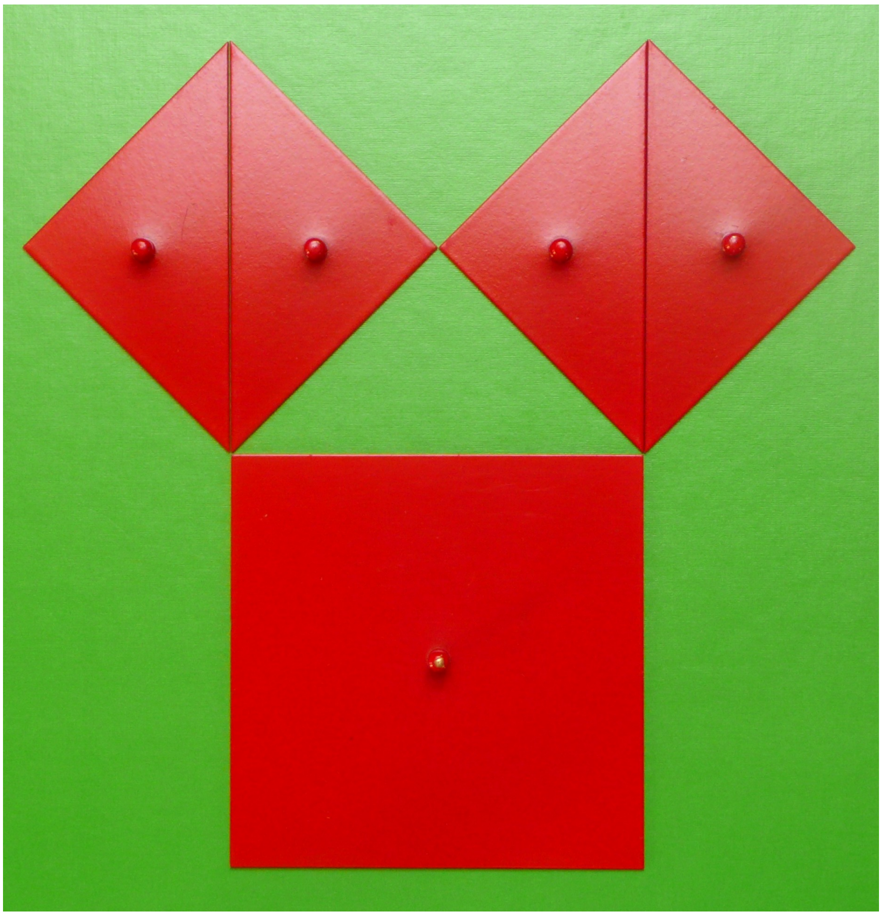
Durch die vielen Jahrhunderte hindurch bis in unsere Zeit empfanden es Mathematiker als Herausforderung, den Satz des Pythagoras zu beweisen. Sie hatten große Freude daran, immer neue Beweise zu ersinnen. Du wirst in deiner Schulzeit in höheren Klassen solche Beweise noch kennenlernen.

Einen einfachen Beweis kannst du jetzt schon nachvollziehen. Wir brauchen dazu die unterteilten metallenen Formen:



→ ***Versuche, den Beweis auf den nächsten beiden Seiten nachzuvollziehen und zu erklären.***





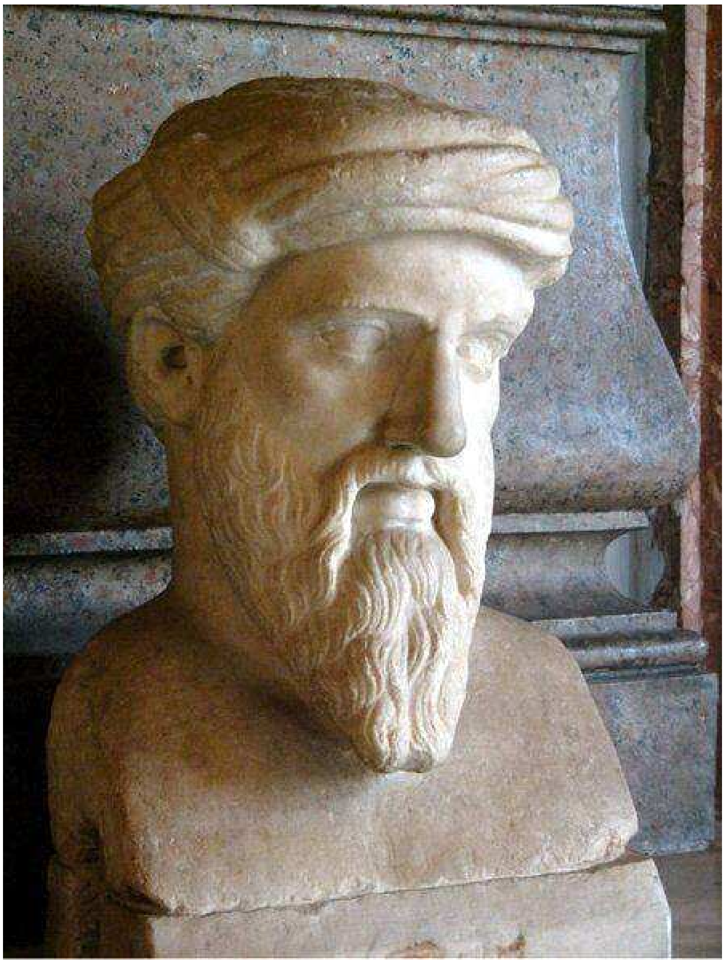
Es ist ganz einfach, oder?

Dieser Beweis hat nur leider einen „Schönheitsfehler" – er gilt eben nur für das gleichschenklig rechtwinklige Dreieck.
Dass der Pythagorassatz für alle beliebigen rechtwinkligen Dreiecke im Thaleskreis gilt, ist damit noch nicht bewiesen.

→ ***Dokumentiere diesen Beweis mit einer eigenen Papierarbeit und beschrifte die Flächen, so dass man sieht:***

$$a^2+b^2=c^2 \quad \textbf{oder} \quad c^2=2a^2$$

## 2.7 Wer war Pythagoras von Samos?



Pythagoras von Samos lebte ebenfalls in Griechenland und kam 570 vor unserer Zeitrechnung und etwa 50 Jahre nach Thales zur Welt. Pythagoras war ebenfalls Philosoph. Viele Anregungen für seine Gedanken bekam er durch seine Reisen nach Babylonien und Ägypten. Es ranken sich viele Legenden um Pythagoras. Seinen Schülern galt er als der vollkommene Weise und er wurde von ihnen sehr verehrt. Pythagoras war der Ansicht, dass überall in der Natur immer auch Mathematik steckt. „Alles ist Zahl“ – so war seine Überzeugung. Selbst die Töne in der Musik hat er erforscht und herausgefunden, dass die Töne für uns Menschen deshalb so harmonisch klingen, weil die Schwingungen in einem bestimmten Zahlenverhältnis zueinander stehen.

Für Pythagoras musste es eine sehr eindrückliche Erfahrung gewesen sein, als er verstand, wie die Größe der Quadrate über den Dreieckseiten zusammenhängen.

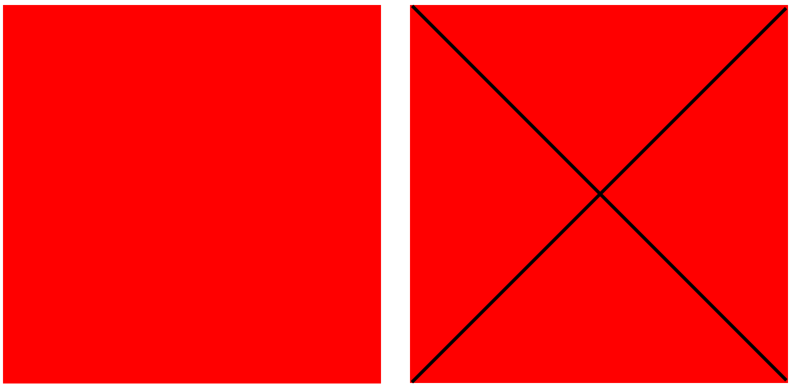
Pythagoras suchte nach vielen Beispielen von Dreiecken, wo dieser Lehrsatz bestätigt wird. Aber Pythagoras war nicht wirklich der erste Mensch, der dieses „Geheimnis“ kannte. In Ägypten, in Babylonien und in Indien war der Lehrsatz mit den Flächen beim Dreieck zum Teil schon viele Jahrhunderte zuvor bekannt. Mit diesem Wissen konnten die Landvermesser und Architekten einen rechten Winkel konstruieren.

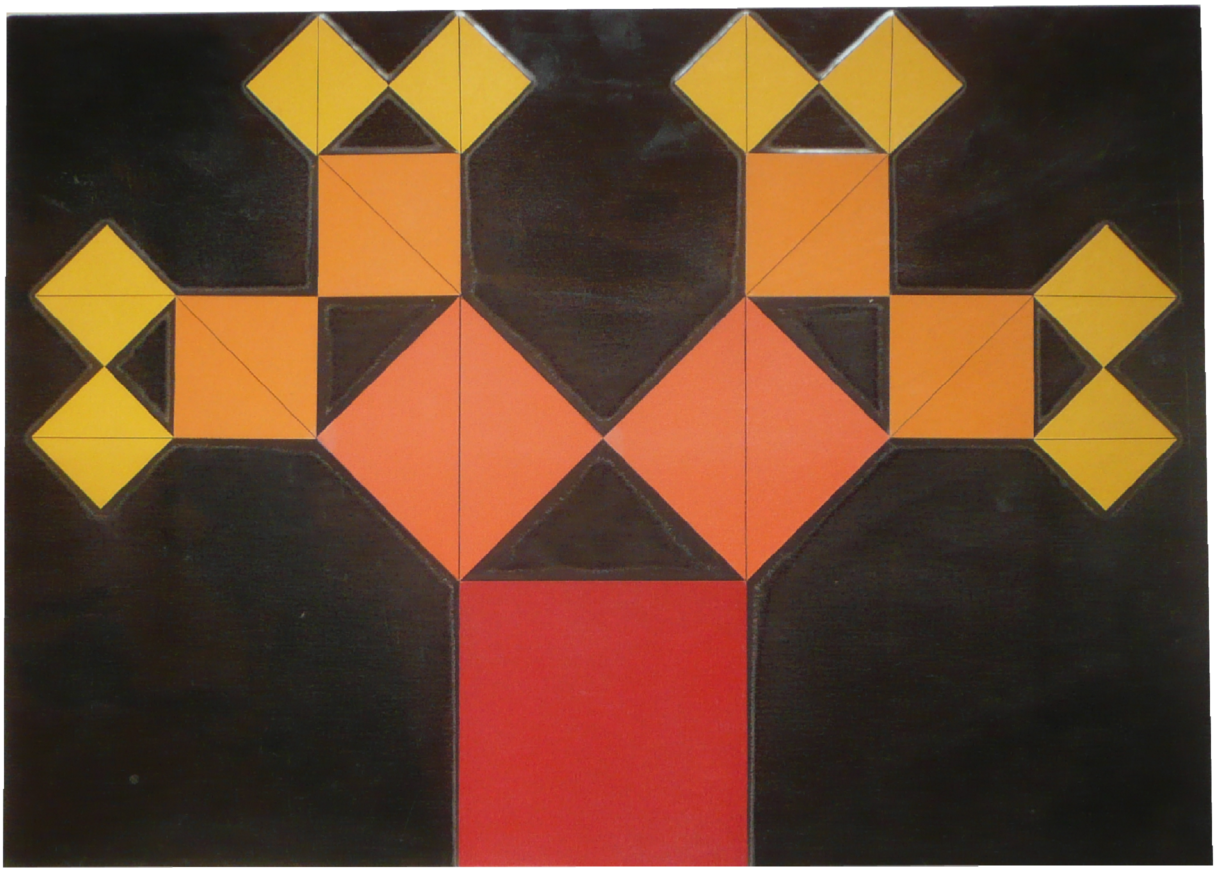
Pythagoras „wusste“ zwar, dass sein Lehrsatz stimmte, er konnte ihn allerdings nicht allgemeingültig beweisen. Dies gelang erst Euklid etwa 200 Jahre später. Euklid sammelte alles Wissen, das es in der Mathematik und Geometrie bis dahin gab – auch die Beschreibungen von Pythagoras. Euklid suchte nun nach Beweisen für Lehrsätze, formulierte Definitionen aller wichtigen Begriffe und ordnete dieses Wissen so sorgfältig und umfassend wie noch niemand vor ihm.
Euklid ist für die Mathematiker bis heute wichtig.

## 2.8 Pythagorasbaum

Du kannst den Pythagorasbaum mit den metallenen Einsätzen legen.

Du kannst den Pythagorasbaum auch aus Papier gestalten.
Du brauchst dafür quadratisches Papier.
Zerschneide das erste Quadrat diagonal in vier Teile.





## 2.9 Ähnliche Flächen

Wenig bekannt ist, dass der Satz des Pythagoras nicht nur für Quadrate am rechtwinkligen Dreieck gilt. Er gilt auch für alle anderen Formen, die man vergrößern oder verkleinern kann.
Wenn man an die Seiten des rechtwinkligen Dreiecks solche „ähnlichen“ Formen anlegt, gilt immer:

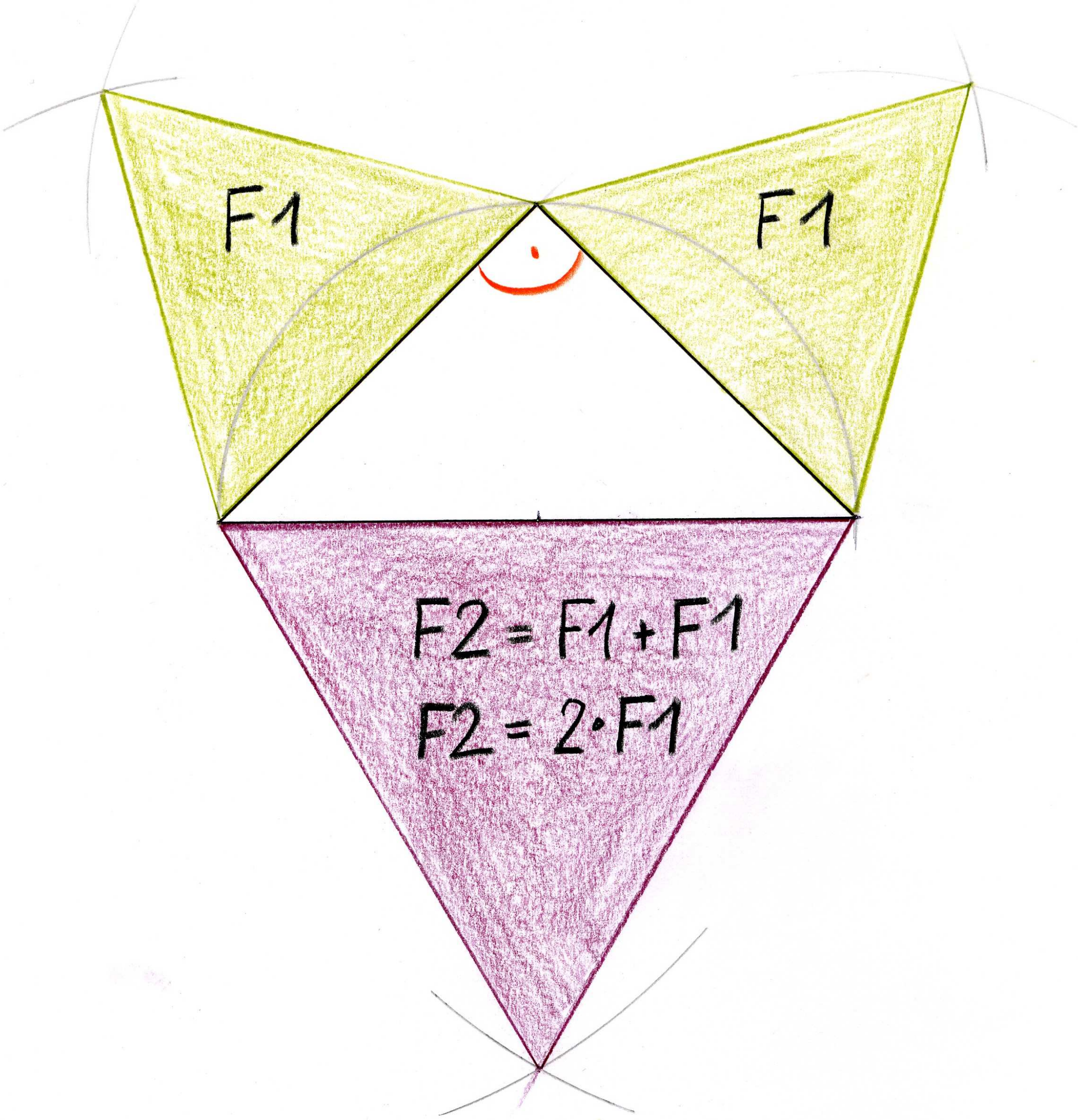
***Die beiden kleineren Flächen sind zusammen***
***so groß wie die große Fläche.***

Es geht also auch mit allen Polygonen (regelmäßigen Vielecken).
Leicht zu zeichnen geht es mit gleichseitigen Dreiecken und mit regelmäßigen Sechsecken.

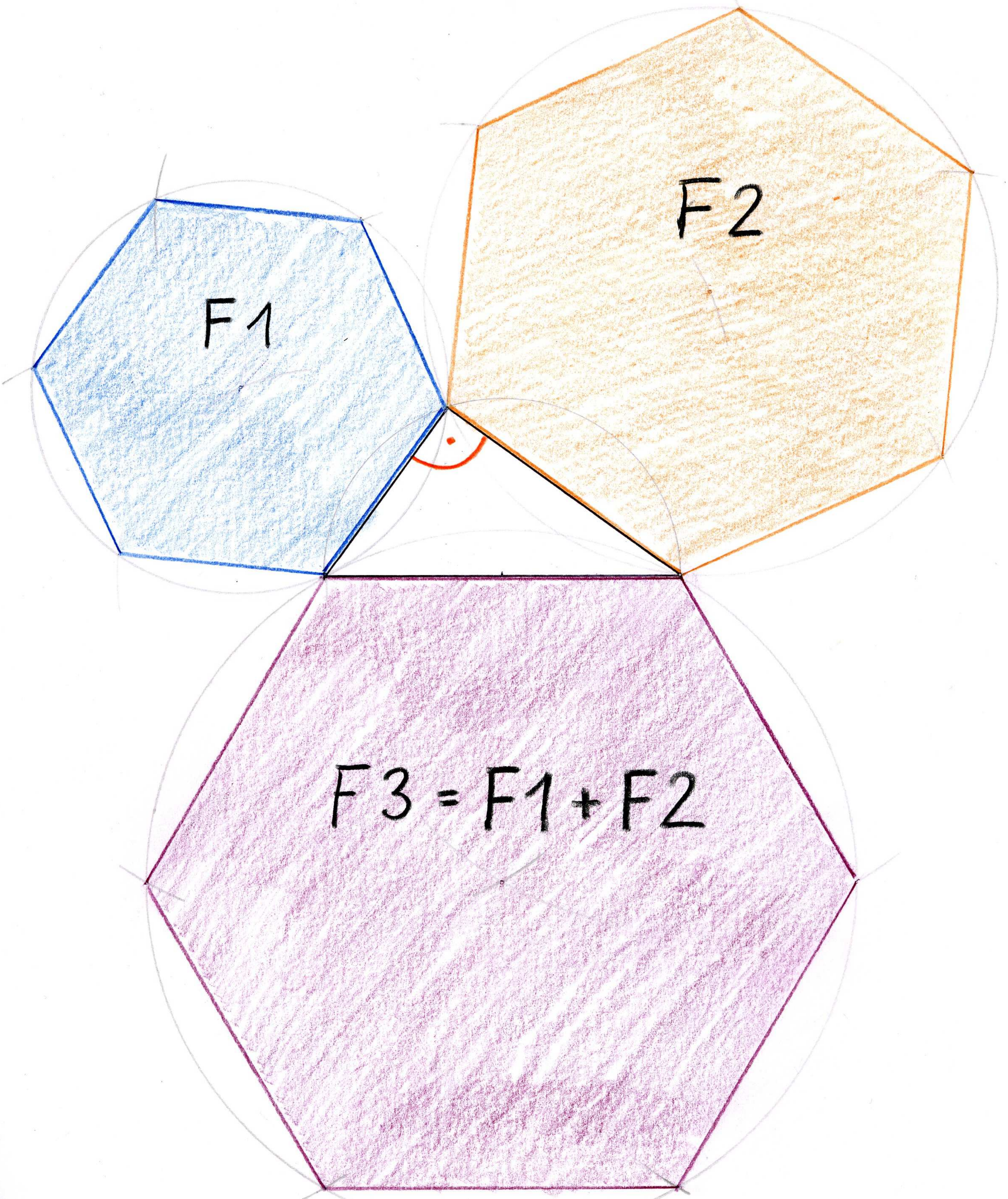
Es geht sogar mit Halbkreisen.

→ ***Zeichne solche Pythagoras-Dreiecke.***
***Beispiele findest du auf den folgenden Seiten.***

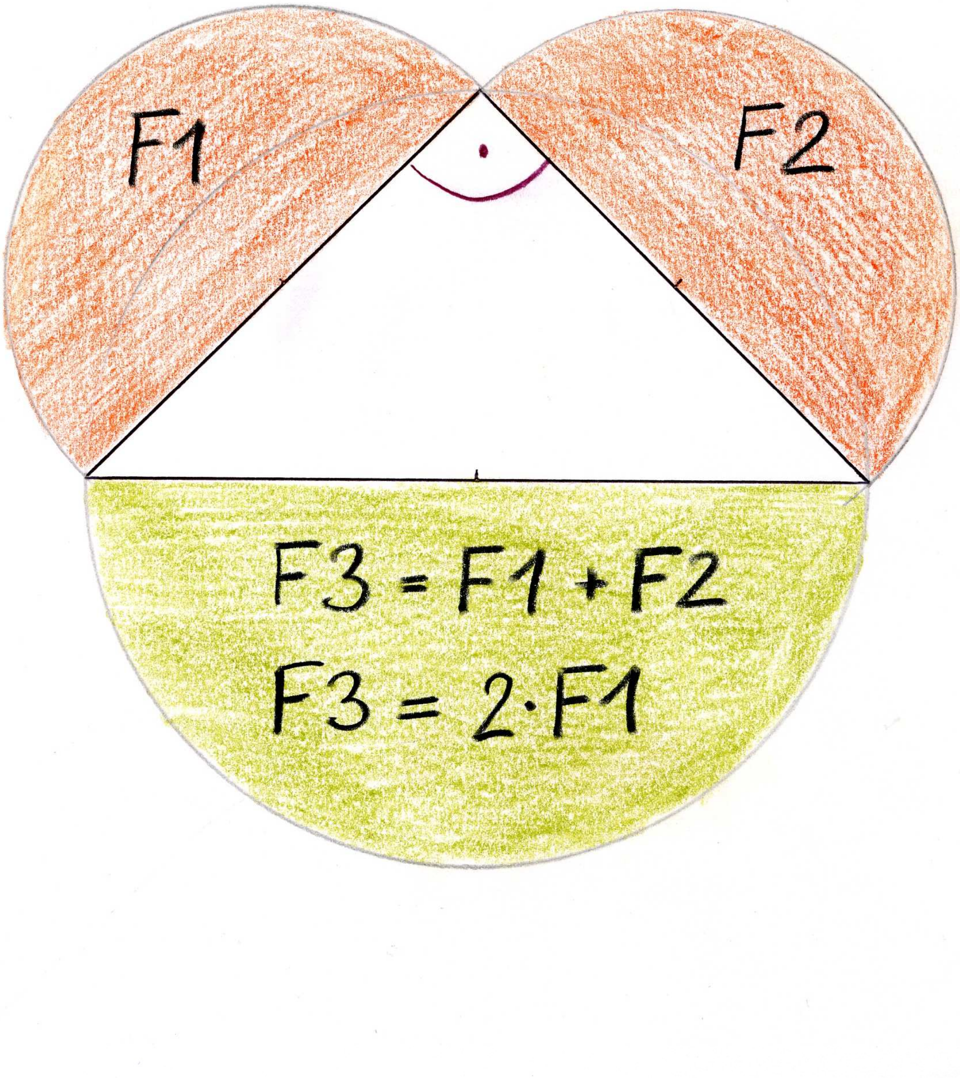
# Satz des Pythagoras
## mit gleichseitigen Dreiecken



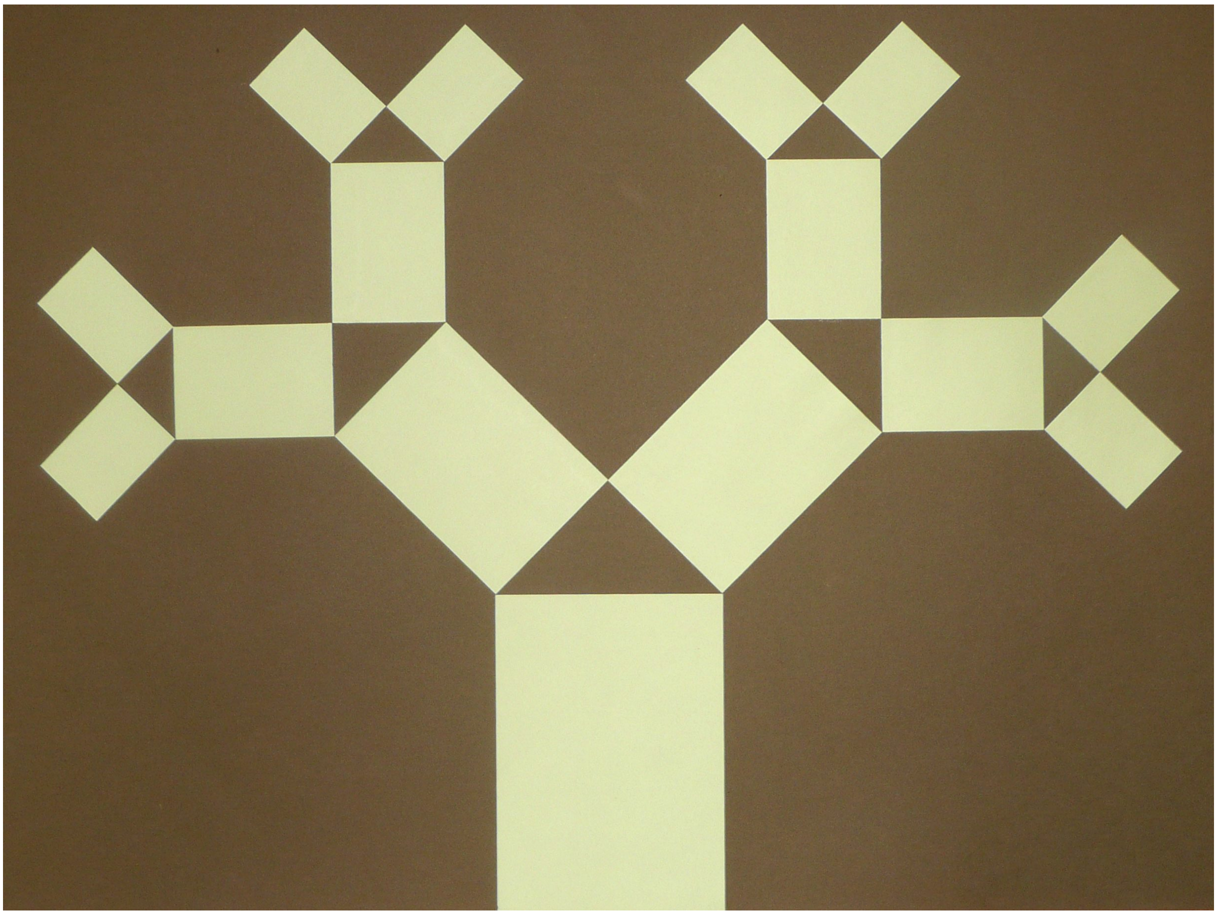
# Satz des Pythagoras mit regelmäßigen Sechsecken



# Satz des Pythagoras mit Halbkreisen



**Ein weiterer Pythagorasbaum:**



Nimm dir ein farbiges DIN-A4-Blatt. Falte es quer und zerschneide es mit einem Messer. Zerschneide eine Hälfte wieder in zwei Hälften.

Beginne den Baum mit einem Viertel (DIN-A6).
Du musst für jede Astgabel das Papier halbieren.

(→ Wie heißt das Format vom kleinsten Teil?)

## 2.10 Warum gerade diese Zahlen?

Wahrscheinlich hatten die ägyptischen Seilspanner ihren Trick durch Probieren herausgefunden:
Das Dreieck mit den Seitenlängen 3 – 4 – 5 hat einen rechten Winkel.

Warum aber der Trick funktioniert, hätten sie vermutlich nicht so genau erklären können. Anders war dies später bei den Griechen. Sie entwickelten aus dem praktischen Wissen eine genaue Wissenschaft, die sie „Geometrie“ nannten. Geometrie heißt übersetzt „Erdmessung“. Aber bei den Griechen war die praktische Anwendung nicht so sehr im Vordergrund. Die griechischen Philosophen und Mathematiker hatten eine tiefe Freude daran, die Sachverhalte in der Geometrie genau zu verstehen und die geometrischen Regeln zu beweisen. Sie arbeiteten meistens auf Papier (Papyrus) und konstruierten mit Zirkel und Lineal. Natürlich sammelte sich so im Laufe der Zeit sehr viel Wissen an, das die Techniker auf der ganzen Welt für ihre praktischen Konstruktionen, Maschinen und Erfindungen unbedingt brauchten.
Aber Geometrie kann man auch ohne bestimmten Zweck „treiben“, einfach aus Freude am Denken und Verstehen.

Bei unserer Arbeit am Pythagorasbrett hatten wir noch weitere Dreiecke gelegt: 5 – 12 – 13 und 8 – 15 – 17.

In Indien verwendeten die Priester schon vor langer Zeit ein Seil mit 90 Knoten. Die drei Abschnitte hatten die Länge 15 – 36 – 39.

Solche Dreiergruppen nennt man „Pythagoreische Tripel“. Leider gibt es keine einfacheren Seile für ein rechtwinkliges Dreieck.
Oder findest du welche?

# Kopiervorlage Karopapier groß

# Kopiervorlage Karopapier klein

# Anhang: Didaktischer Kommentar

## Das Arbeitsbuch und das genetisch-sokratische Verfahren

„Dass Seltsames aus Selbstverständlichem ohne Rest verstanden werden kann (...), diese griechische Einsicht ist eine Entdeckung. Sie sollte auch in den Schulen, bevor sie euklidisch benutzt wird, als sokratisch geführte Wiederentdeckung auftreten.
Dabei braucht nicht der Lehrer der Antreiber zu sein, der den Fluss des Verstehens-Prozesses in Gang hält. Er kann sich den Ufern vergleichen, zwischen denen jener Fluss seinen Weg sucht, bewegt allein vom Problem.
Es gibt tatsächlich motivierende Initial-Probleme der Geometrie. Sie wirken auf den von allen geometrischen Vorkenntnissen freien Anfänger im Sinne zweifelnder Bewunderung: ‚Zu schön um wahr zu sein!'"[1]

So beschreibt der Naturwissenschaftler und Lehrer Martin Wagenschein seinen Vorschlag für ein genetisches Lehren im Geometrieunterricht. Er bezeichnet das „Thales-Phänomen" als ein Beispiel für solch ein Initial-Problem:
„(Die) halbkreisförmige Sitzreihe eines Amphitheaters: An jedem Ende steht ein Mensch. Ein dritter hat in der Reihe irgendwo Platz genommen und wendet den Blick von dem einen der beiden zum anderen: Eine Viertel-Umdrehung? Und wo in der Reihe er auch sitzt? Ist es wahr? Und ‚genau'? Um durch solche Fragen ernstlich bewegt zu sein, muss man natürlich ein gewisses Alter und viele räumliche Erfahrungen hinter sich haben. – Und mir will außerdem scheinen, es wäre gut, mit eigentlicher Geometrie vorher noch nicht beschäftigt worden zu sein. (Wohl aber viel mit spielendem Malen, Zeichnen, Basteln, Bauen und Klettern in Bäumen.)"[2]

Der Satz des Pythagoras gehört dagegen nicht in die Reihe der geometrischen Initialprobleme, insofern er von einem Unwissenden dem rechtwinkligen Dreieck nicht angesehen werden kann. Man muss auf die Relation der Seitenquadrate erst durch einen, der davon weiß, aufmerksam gemacht werden.[3]
Und Hartmut von Hentig macht mit seiner Frage „Was fange ich damit an?" weiter darauf aufmerksam, dass diese Erkenntnis der Flächenverhältnisse erst dann handlungsrelevant wird, wenn ich die Umkehrung des Satzes vornehmen kann: „Drei Längen bilden dann ein rechtwinkliges Dreieck, wenn die Summe der Quadrate über den beiden kürzeren dem Quadrat über der längeren Seite gleich ist." Dann erst kann ich, wie die alten Geometer, eine Kontenschnur zur Herstellung eines rechten Winkels erfinden.[4]

[1] Martin Wagenschein, Verstehen lehren, Weinheim und Basel 1999, S. 125
[2] Ebd. S. 130
[3] Vergl. ebd. S. 146
[4] Hartmut von Hentig, Der technischen Zivilisation gewachsen bleiben, Weinheim und Basel 2002, S. 135

Dieses Arbeitsbuch möchte eine Sammlung von Vorschlägen bieten, wie Schüler im Alter von sechs bis zwölf sich mit Geometrie auseinandersetzen können – fragend, entdeckend, staunend, handelnd, nachvollziehend, verstehend, eintauchend in die jahrtausende alte Kulturgeschichte.

Die Fülle und der Aufbau der Vorschläge impliziert ein Vorgehen, das über das Bild des „Ufers“ im Wagenscheinschen Sinne („bewegt allein durch das Problem“) hinausgeht. Das soll aber nicht abschrecken. Das Arbeitsbuch soll ein Angebot sein, aus dem Schüler und Lehrer auswählen können. Es geht nicht um die Vollständigkeit eines „Lehrgangs“. Auch die Reihenfolge der Kapitel und Module ist nicht entscheidend. Man kann durchaus einzelne Bausteine wählen und wie bei einem Spiralcurriculum auf andere Aspekte wieder zurückkommen.

Man kann als Lehrer das Buch als Handbuch im Hintergrund verwenden oder man kann es mit dem Schüler gemeinsam durchgehen. Die Sprache und die Gestaltung sollen es möglich machen, dass Schüler auch alleine damit arbeiten können.

Das Buch möchte unterschiedliche Zugänge zur Geometrie ansprechen – analytische, ästhetische und konstruktive Motive aufgreifen. Das Ziel besteht darin, in diesem Alter (Grundschule und Sekundarstufe I) konkrete Handlungserfahrungen zu sammeln und durch deren Sättigung die Basis für spätere Geometrielektionen zu legen.

**Thales**

Zur historischen Bedeutung von Thales gibt es eine erhellende Beschreibung unter der Überschrift: „Warum wurde Thales so berühmt?“
http://did.mat.uni-bayreuth.de/~wn/thalesruhm.html

**Satz des Pythagoras**

Die Arbeiten zum Pythagorassatz sind fruchtbarer, wenn das Thales-Phänomen – der rechte Winkel im Halbkreis – vorausgehend „erlebt“ wurde.

Die Erzählung über die ägyptischen Seilspanner wird in der Montessori-Pädagogik gerne als einführende Erzählung zur Geschichte der Geometrie verwendet. Man sollte sich allerdings dabei bewusst machen, dass mit dieser Einführung die Geometrie einseitig als Technologie zur Problemlösung vorgestellt wird. Andere Zugangsweisen, wie z. B. die ästhetische über die Ornamentik, tauchen dabei nicht auf. Aber die Erzählsituation verbunden mit einer „Gruppenarbeit“ mit der Knotenschnur kann eine besondere Motivation bieten.

Die Arbeit am „Pythagorasbrett“ geschieht in Einzelarbeit und lebt eher von den dialogischen Elementen zwischen Schüler und Lehrer. Wichtig erscheint mir, dass man die Seitenlängen des Dreiecks sorgfältig mit Maßquadraten nachlegt. Der zweite Schritt, die Ergänzung zum Quadrat, ist aus pragmatischen Gründen nur beim blauen Dreieck mit den Maßquadraten sinnvoll. Beim gelben und grünen Dreieck wäre das Auslegen mit den Kleinteilen ermüdend und frustrierend. Ich schlage deshalb hier vor, die Quadrate mit vorbereiteten Streifen auszulegen. Trotzdem ist es eine sachdienliche mathematische Erfahrung, das quadrierte Zahlen sehr große Zahlen ergeben. Die Dokumentation als „Papierarbeit“ kann auch exemplarisch für ein Dreieck erfolgen.

Die Legearbeit ist kein mathematischer Beweis für den Pythagorassatz. Wir können ja nicht sicher sein, ob unsere Maßquadrate die Seitenlängen ganz genau abdecken. Und wir wissen nicht, ob unsere Papierarbeit mit dem Karopapier genau zu einem rechten Winkel führt. Aber die drei Beispiele mit den Dreiecken sind plausibel; sie führen im besten Fall zu stabilen inneren Bildern, die eine innere „Sicherheit“ geben – als Voraussetzung für eine spätere Beweisführung.

Eine wirkliche Beweisführung können wir mit den uns zur Verfügung stehenden Werkzeugen nur für das gleichschenklige Dreieck leisten. Dieses Dreieck ist aber ein Sonderfall und sollte deshalb m. E. nicht so sehr im Zentrum einer Beweisführung stehen.

Wenn es einsichtig geworden ist, dass das von Pythagoras beschrieben Verhältnisse der Seitenquadrate bei den vorbereiteten Dreiecken gilt, wäre eine naheliegende (Nach-)Frage, ob dies dann bei allen Dreiecken (im Thaleskreis) gilt. Wir können mit einem Maß-Lineal die Seiten eines beliebigen Dreiecks millimetergenau messen und die allgemeine Formel damit näherungsweise bestätigen. Wir werden allerdings kein weiteres Dreieck finden, dessen Seitenverhältnisse mit einem „einfachen“ Tripel bezeichnet werden können. Wem dies auffällt und zum „Ärgernis“ wird, hat schon sehr viel verstanden. Der könnte anhand der Formel verschiedene Kombinationen ausprobieren und vielleicht ahnen, dass die nächsten ganzzahligen Tripel schnell hohe Werte annehmen. Für das vorliegende Projekt ist diese Lösung nicht mehr intendiert.

Ebenso verzichte ich auf die Umkehrung der Formel mit Wurzelrechnung. Damit entfallen auch die meisten üblichen Anwendungsaufgaben zum Pythagoras. Das alles darf in einer späteren Phase erfahren und verstanden werden.

Hier geht es um die handelnde, sinnliche und mit geringen Voraussetzungen überprüfbare basale Erfahrung mit den geometrischen Phänomenen.

Viel Freude damit!

**Anhang: Bauanleitung**

**Pythagorasbrett**

Sperrholz (8 mm) 50x50 cm
Thaleskreis (Vorlage) ausschneiden und aufkleben: Basislinie 23 cm vom unteren Brettrand.
Links und rechts von der Basislinie ein Loch mit 2 mm Durchmesser bohren (Abstand 1 mm).
Zwei weitere Löcher zum Festpinnen der Dreiecke 15 mm oberhalb der Basislinie bohren.
Die Löcher auf der Rückseite des Bretts mit Cent-Münzen zukleben, damit die Nägel nicht auf den Untergrund durchstoßen.
In die Ecken Filzscheiben als Unterlage kleben.
4 Stahlnägel (2 mm) mit großem Kopf.

**Dreiecke und Maßquadrate**

Als Trägermaterial eine feste Pappe verwenden. Gute geeignet ist die 1,5 mm dicke Pappe im DIN-A4-Format von Hail-Verlag (www.hail.de).
Dreiecke und Maßquadrate mit Srühkleber auf die Pappe aufkleben und mit Cutter schneiden.
Die Dreiecke auf das Brett genau passend auflegen und von der Rückseite des Bretts die Löcher zum Festpinnen markieren; so bohren.

**Pappe für Thaleskreis**

Stabile Pappe (s. o.). Aus einem Stück 21x21 cm zwei Ränder so beschneiden, dass nur an der Ecke ein kleiner Überstand stehen bleibt. Ein Loch genau im Eckpunkt borhren. Weitere Löcher für die Bahnexperimente bohren. Die rechten Winkel markieren.

**Buch**

Ringbuch mit vier Ringen, Klarsichthüllen, Deckblatt, Buchrücken

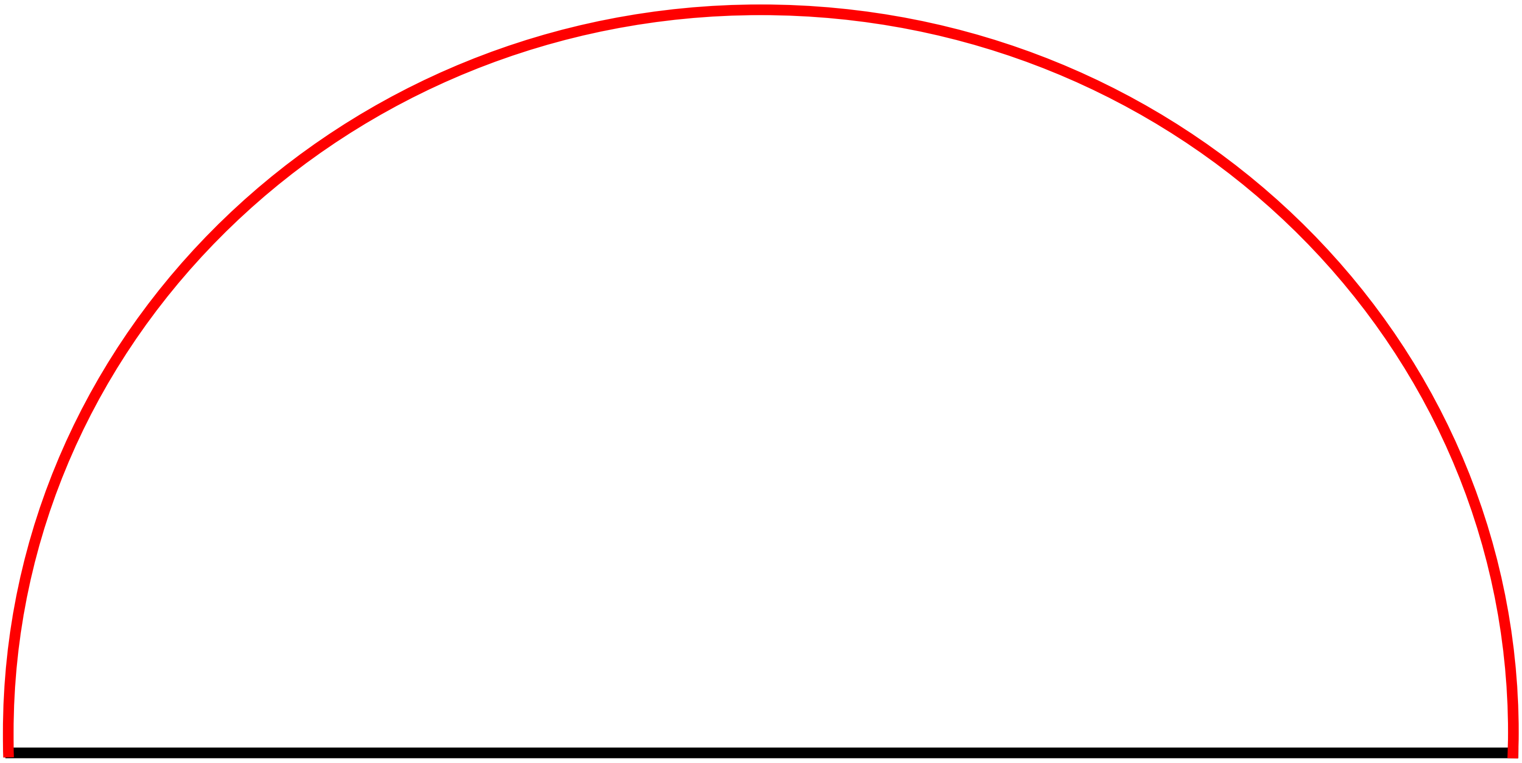
**Aufbewahrung**

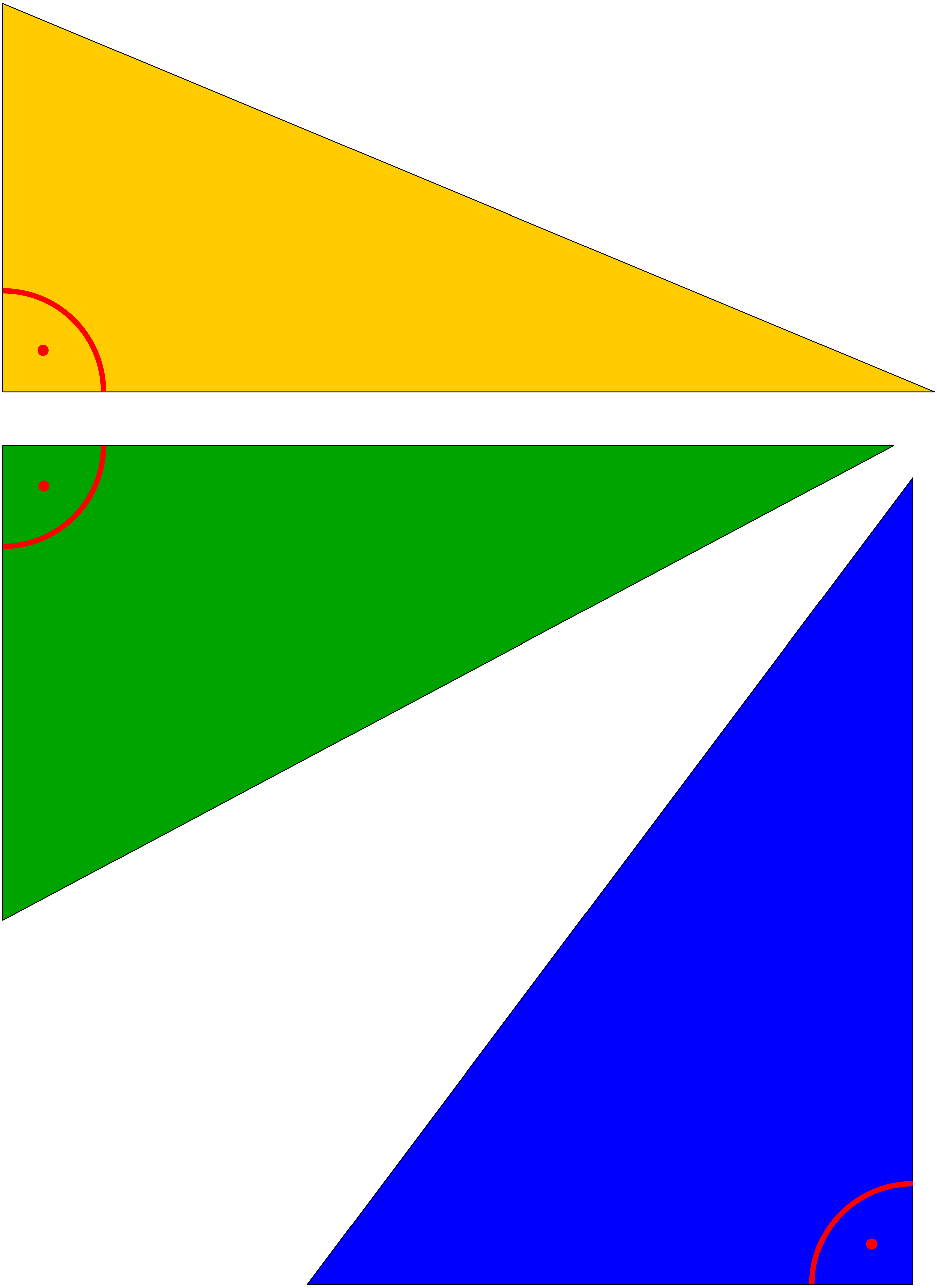
Schachtel für Pappen und Nägel.

**Vorrichtung für eine Knotenschnur**

Holzleiste ca. 50 cm. An beiden Enden ein Loch bohren und einen längeren Nagel durchstecken. So lässt sich eine Schnur aufwickeln, indem sie an den Nägeln jeweils (im gleichen Abstand) verknotet wird.

**Klebematerial**





**Zwei Mal auf blaues Papier kopieren:**

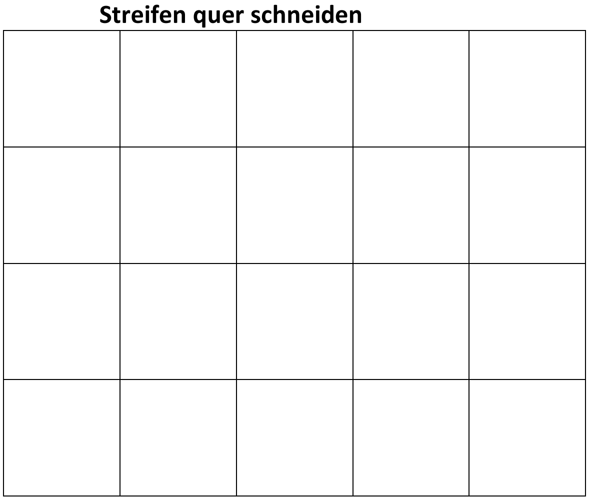
**Auf gelbes Papier kopieren:**

**Einzelquadrate (mit Ersatz)**

**Streifen quer schneiden**

**Streifen quer schneiden**

**Streifen quer schneiden**



**Auf grünes Papier kopieren:**

**Einzelquadrate (mit Ersatz)**

**Streifen quer schneiden**

**Streifen quer schneiden**